

## Capítulo 8

# Conhecimento Tecnológico, Externalidades e Crescimento

Os modelos apresentados no capítulo anterior permitem já eliminar as três grandes limitações dos modelos de Solow e de MRW. Por um lado, o conhecimento tecnológico passa a ser endógeno e, portanto, a política económica pode passar a ter um papel determinante no sucesso (ou insucesso) do processo de crescimento económico de longo prazo (ou seja, a natureza do crescimento passa a ser endógena). Por outro lado, a existência ou não de convergência económica entre os países ricos e os países pobres fica dependente da qualidade das políticas económicas escolhidas pelos dois grupos de países. Finalmente, a questão da velocidade da convergência acaba por depender das opções dos agentes privados e da actuação dos agentes públicos. O importante a salientar aqui é que a *inexistência de convergência* é de facto um resultado que pode ser facilmente obtido nos modelos AK e "learning-by-doing".

Apesar destes modelos representarem um avanço relativamente aos anteriores, eles apresentam ainda uma limitação importante. Esta resulta do facto do conhecimento tecnológico, apesar de endógeno, ser inteiramente determinado como um efeito *meramente lateral* do processo de acumulação de capital físico. Conforme vimos, por exemplo, no modelo de "learning-by-doing", a existência de externalidades positivas associadas à acumulação de capital físico levava a uma situação em que a taxa de crescimento de longo prazo passava a ser determinada pelas forças que reflectem o comportamento ao nível da poupança e da aprendizagem: a taxa de poupança ( $s$ ) e o coeficiente de aprendizagem ( $a$ ).<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>No caso do modelo AK, a taxa de crescimento era fundamentalmente determinada

Ou seja, apesar do conhecimento tecnológico ser o motor do crescimento económico, as empresas não mostram quaisquer interesses ou incentivos na busca deliberada deste mesmo conhecimento, com o intuito de beneficiarem do mesmo quando produzido. Portanto, naqueles modelos, se o conhecimento é já determinado por uma força endógena (por  $K$ ), o mesmo continua a ser totalmente grátis para a economia e para as empresas.

Seguindo a lógica do modelo "learning-by-doing", os países serão pobres se tiverem taxas de poupança baixas e/ou se não tiverem sucesso em beneficiar do processo de aprendizagem que resulta da acumulação de capital físico. No entanto, existem países pobres que têm tido taxas de poupança mais elevadas do que, por exemplo, os EUA ao longo de várias décadas e não há evidência de que esses países tivessem crescido muito mais depressa do que a economia americana. Durante a década de 1990 os EUA tiveram uma das mais elevadas taxas médias de crescimento económico a nível mundial, mas a sua taxa de poupança era uma das mais baixas dos países desenvolvidos. Como explicar este fenómeno? Será porque esta economia tem grande capacidade para usufruir das externalidades da acumulação de capital físico, enquanto que outras economias (mesmo que com taxas de poupança mais elevadas) não apresentam tal habilidade? Como explicar estes hiatos entre as diferentes capacidades que os países apresentam para "absorver" ou criar conhecimento tecnológico?

Uma resposta adequada deve residir no abandono da hipótese do conhecimento tecnológico ser um mero resultado "lateral" de um outro processo económico. Ou seja, a resposta deverá basear-se na hipótese de que o conhecimento tecnológico é o resultado de uma actividade económica que envolve a procura deliberada do conhecimento por parte dos vários agentes económicos, que esta procura tem benefícios notáveis, mas que também tem custos bastante significativos e envolve tempo e esforço para ser desenvolvida. Como iremos verificar, este esforço deliberado para produzir um activo económico de natureza intangível (conhecimento) e de importância crucial, não implica a total eliminação de "externalidades" na modelização do crescimento económico de longo prazo. De facto, implica que as externalidades passam a ter um papel ainda mais importante no processo de crescimento económico, dando maior peso à intervenção do Estado na actividade económica no sentido de fomentar a criação de conhecimento e de progresso económico, e permitindo assim explicar alguns puzzles do processo de convergência a nível mundial, os quais passamos a apresentar de seguida.

**Armadilha da pobreza.** Se levarmos em consideração a evolução da

---

por  $s$  e por  $A$ , sendo  $A$  um somatório de parâmetros. Como vimos a diferença entre os dois modelos (AK e "learning-by-doing") é mínima.

maioria dos países da economia mundial, e não apenas o grupo de países mais desenvolvidos economicamente, não será difícil aceitar a evidência daquilo a que podemos chamar de "armadilha da pobreza". Em vastas zonas do mundo, décadas após décadas, regime político após regime político, muitos países pura e simplesmente não só não conseguem convergir para os níveis de rendimento dos países mais desenvolvidos, como não conseguem nem sair de um nível de extrema pobreza, onde permanecem enormes problemas económicos e sociais por resolver.

**Externalidades positivas e negativas.** Se olharmos para o mapa do mundo, é curioso observar que países ricos têm normalmente à sua volta países ricos; países pobres, são rodeados por outros países pobres; e finalmente, países muito pobres têm à sua volta países também muito pobres. Ou seja, a pobreza e a riqueza estão relativamente concentradas em algumas áreas específicas do globo, sugerindo que deverão existir *externalidades positivas* associadas à riqueza, e *externalidades negativas* associadas à pobreza. Este efeito de contágio (ou de externalidades) do sucesso e insucesso económico contraria o modelo de Solow na medida em que neste modelo riqueza e pobreza dependem apenas das características *individuais dos agentes económicos*: não existe qualquer razão para que a economia possa beneficiar da concentração de riqueza ou pobreza.

Vamos referir apenas mais duas características que também violam o modelo de Solow. **Fluxos de capitais e condições de partida.** No modelo de Solow, existem rendimentos decrescentes na acumulação de capital e eram estes que explicavam os *fluxos de capital* dos países ricos para os países pobres. Se os salários são mais baixos nos países pobres, e se a rentabilidade do capital é mais elevada nos países pobres por terem stocks de capital mais baixos que os países ricos, deveríamos assistir a um fluxo de capitais destes países para os países pobres, e não a um fluxo no sentido oposto. No entanto, podemos facilmente constatar que a nível internacional o capital flui dos países pobres para os países ricos, e não ao contrário como podemos concluir deste modelo. Porquê? Como iremos mostrar este tipo de fluxos de capitais pode ser facilmente explicado se assumirmos a existência de rendimentos constantes (ou crescentes) na acumulação de capital.

Segundo, as *condições de partida*, que no modelo de Solow são totalmente irrelevantes quanto ao "destino" das diferentes economias, mostram que na realidade estas condições podem explicar em grande medida o sucesso ou insucesso económico dos vários países no processo de convergência económica a nível mundial. Se os países pobres estiverem de facto muito pobres, é pouco provável que possam de per si encetar um processo de convergência real em termos económicos e sociais, caso admitamos a existência de rendimentos constantes (ou crescentes) na acu-

<b>Modelo de Solow</b>	<b>Modelo de Conhecimento Tecnológico Endógeno</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Externalidades:</b> não existem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Externalidades:</b> existem e são relevantes</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Acumulação de Capital (<math>K</math>)</b> tem Rendimentos Decrescentes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Acumulação de Capital (<math>K</math> e <math>A</math>)</b> tem Rendimentos Constantes/Crescentes</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Armadilha da pobreza</b> não existe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Armadilha da pobreza</b> existe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Riqueza e pobreza</b> dependem apenas das <u>características individuais</u>: não existe qualquer razão para que a economia possa beneficiar da concentração de riqueza ou pobreza</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Riqueza e pobreza</b> estão concentradas em áreas ou zonas específicas: a existência de externalidades faz com que a economia possa beneficiar (sofrer) com a concentração de riqueza (pobreza)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Países pobres</b> convergem para o nível dos países ricos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Países pobres</b> podem não convergir para os países ricos: armadilha da pobreza</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Condições iniciais</b> são irrelevantes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Condições iniciais</b> são relevantes</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>O capital flui</b> dos países ricos para os países pobres</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>O capital flui</b> dos países pobres para os países ricos</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Políticas nacionais</b> têm pouco ou nenhum efeito sobre o crescimento de longo prazo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Políticas nacionais</b> têm normalmente um grande efeito sobre o crescimento de longo prazo</li> </ul>

Figura 8.1: OS PRINCIPAIS PONTOS DE DIVERGÊNCIA ENTRE OS DOIS MODELOS.

mulação de capital.

Portanto, a conjugação de rendimentos constantes (ou crescentes) na acumulação de capital com diferentes condições iniciais em termos de pobreza/riqueza poderão explicar uma grande parte da falta de convergência económica a nível mundial. E o que está por detrás da existência de rendimentos constantes na acumulação de capital? Como iremos ver, o factor que permite explicar este tipo de rendimentos é a acumulação de conhecimento tecnológico (e científico), o qual apresenta as características de um bem público com externalidades positivas, e que pode ser tornado temporariamente privado através do atribuição de direitos de propriedade (patentes, *copyrights*, etc.) aos seus inventores. Esta é a mensagem fundamental do modelo que vamos analisar ao longo deste capítulo. Na *Figura 8.1* confrontamos os pontos principais deste modelo com o modelo de Solow, a qual permite fornecer uma imagem dos aspectos fundamentais que iremos desenvolver.

## 8.1 Conhecimento e Crescimento Económico

No capítulo anterior, ao analisarmos os modelos "learning-by-doing" e AK, vimos que a existência de externalidades positivas associadas à acumulação de capital físico conduzia a uma situação em que a taxa de crescimento de longo prazo passa a ser determinada por forças endógenas ao funcionamento da economia. No entanto, nestes modelos o conhecimento tecnológico é inteiramente determinado como um efeito meramente lateral do processo de acumulação de capital físico, o que origina uma limitação bastante séria e que limita bastante a riqueza dos resultados dos referidos modelos.

Vamos agora apresentar um modelo onde as empresas para obterem conhecimento tecnológico têm de afectar recursos económicos a esta actividade. Assim, nesta economia passam a existir dois sectores de actividade que garantem:

- A produção de bens e serviços, a qual continua a ser designada em cada período de tempo por  $Q_t$ ;
- A produção de conhecimento tecnológico, aqui designada por  $\dot{A}_t$ . Note que o ponto por cima de  $A_t$  não é uma gralha, em virtude da produção de conhecimento tecnológico num dado ano corresponder à variação deste conhecimento entre dois períodos de tempo,  $t$  e  $t - 1$ .<sup>2</sup>

Em relação ao modelo anterior temos duas novidades fundamentais. A primeira consiste na existência de dois sectores de actividade ( $Q_t$  e  $\dot{A}_t$ ), e não apenas um como o modelo anterior. A segunda novidade consiste no facto do conhecimento tecnológico ser tratado como um bem "público", contrariamente aos bens materiais ou físicos que são na sua maioria bens "privados". Esta segunda novidade assume uma importância crucial e é aquela que acaba por permitir obter resultados bem diferentes dos modelos anteriores. Vamos começar por apresentar uma distinção entre estes dois tipos de bens e iremos também analisar a sua importância para a produção de conhecimento tecnológico.

### 8.1.1 Conhecimento tecnológico e bens públicos

Os bens económicos têm características que resultam das suas propriedades naturais (físicas e químicas), e outras que resultam do facto de terem uma natureza económica, ou seja por serem objecto de uma actividade de produção e por serem transaccionados e consumidos. Vamos começar por

---

<sup>2</sup>Iremos discutir este ponto com maior detalhe numa subsecção seguinte.

apresentar as características dos bens privados, passando depois para os bens públicos.

### **Bens privados**

Um bem privado apresenta três características fundamentais:

- Rivalidade no consumo do bem
- Exclusividade no consumo do bem
- O bem "desaparece" uma vez consumido

A *rivalidade* no consumo está relacionada com as *características físicas ou naturais* dos bens e resulta do facto de um bem material não poder estar em dois sítios ao mesmo tempo. Por isso, quando alguém consome uma maçã, essa mesma maçã não poderá ser consumida por qualquer outro consumidor. Da mesma forma, quando um agente compra um carro e o está a conduzir, mais nenhum outro agente poderá possuir e guiar o mesmo carro simultaneamente. Portanto, os bens que têm forma material, física ou tangível, apresentam a característica de serem rivais no consumo.

Esta característica dos bens materiais leva a que o sistema de mercado possa criar de forma relativamente fácil um mecanismo para decidir quem consome os bens, e quem fica excluído do seu consumo: o mecanismo de preços. Este mecanismo implica que quem pretender consumir o bem tem de licitar e pagar um determinado preço por esse mesmo bem. Portanto, a *exclusividade* no consumo significa que os consumidores podem ser facilmente excluídos do consumo dos bens através do mecanismo de preços, bastando para tal que não estejam dispostos a pagar o preço que é solicitado pelo vendedor. Note que esta característica dos bens privados não está directamente relacionada com as características naturais dos bens, mas sim com as suas *características sociais e económicas*, embora estas dependam em grande parte das primeiras.

Quanto à terceira característica, ela é bastante fácil de explicar. Uma maçã, um bolo, uma caneta, etc., todos deixam de ter forma física após terem sido consumidos, ou seja desaparecem, e por esta razão não poderão voltar a ser transaccionados no mercado. Por exemplo, um carro após ter sido integralmente consumido como carro, pode ser vendido não como carro, mas como sucata apenas.

Destas três características podemos retirar duas conclusões importantes em termos económicos. Primeiro, em virtude do mecanismo de preços poder funcionar na afectação deste tipo de bens, o sistema de mercado pode ser normalmente um sistema eficiente na sua produção,

não levando à sub-produção nem a sobre-produção dos mesmos no longo prazo, caso o sector onde estes bens são produzidos não seja constituído por estruturas monopolistas ou oligopolistas. Segundo, como o mecanismo de mercado é eficiente (continuando a assumir a ausência de monopólios e oligopólios), o Estado não deverá intervir na produção destes bens por razões de eficiência, embora o possa fazer por razões de equidade e justiça social.<sup>3</sup>

Em termos de conclusão, devemos realçar as duas questões importantes que resultam da análise económica dos bens privados:

- O mecanismo de preços pode funcionar e pode levar à eficiência na produção destes bens, caso o sector não seja constituído por estruturas monopolistas ou oligopolistas;
- O Estado não deve intervir por razões de eficiência económica.

### **Bens públicos**

Contrariamente aos bens privados, os bens públicos apresentam as seguintes características fundamentais:

- Não existe rivalidade no consumo do bem
- Não existe exclusividade no consumo do bem
- O bem não "desaparece" com o seu consumo

A *não existência de rivalidade* no consumo está relacionada também com as *características físicas ou naturais* dos bens e resulta do facto de determinados bens ou activos, por não terem forma material, poderem estar em vários sítios ao mesmo tempo e na posse de diferentes pessoas. Por isso, e ao contrário do que acontecia com o consumo da maçã, neste caso o bem poderá ser consumido por vários consumidores simultaneamente e, portanto, o bem não é rival no consumo.

Um exemplo servirá para clarificar melhor este aspecto. A derivação de funções foi descoberta por Newton e Leibnitz no século XVII, e praticamente toda a actividade produtiva como nós a conhecemos hoje (carros, computadores, electricidade, televisão, telefones, produtos alimentares, etc.) está inteiramente dependente desse princípio matemático muito simples que é a derivação. No entanto, o conhecimento sobre derivadas tem a particularidade de que quando alguém que está na posse desse

---

<sup>3</sup>A questão da equidade e justiça social é uma questão que iremos desenvolver em pormenor num dos próximos capítulos.

conhecimento o transacciona não fica destituído do mesmo, ou seja, a aquisição do bem por parte de um agente não implica que o vendedor fique privado desse mesmo bem. É este facto que permite que o mesmo bem possa estar simultaneamente na posse de vários agentes económicos, não sendo, portanto, sujeito a rivalidade no consumo.

Quanto à segunda característica — *não existência de exclusividade no consumo do bem* — a mesma resulta directamente da primeira. A não existência de rivalidade no consumo de um bem cria à partida uma situação em que existem grandes dificuldades para que o mecanismo de mercado possa implementar um sistema eficiente no sentido de excluir os agentes económicos do seu consumo e que não queiram pagar um preço pelo mesmo. Veja-se o exemplo da "pirataria" de software informático, a qual resulta do facto do conhecimento associado ao referido software não ser rival no consumo: um agente económico pode usar os mesmos programas informáticos que milhões de outros consumidores também usam (e fazer uso do mesmo simultaneamente), sem que o software que aquele agente utiliza sofra quaisquer limitações técnicas por esse facto.

Mas o mesmo resultado também se aplica a um princípio científico ou tecnológico, já que uma vez tornados públicos através de jornais, revistas, ou conferências, estes princípios podem ser usados por qualquer outro agente económico, para seu próprio benefício, sem que tenham de suportar qualquer custo económico suplementar de montante razoável. Portanto, o sistema de preços não constitui um mecanismo eficiente para excluir agentes económicos do consumo deste tipo de bens, já que os agentes económicos poderão adquirir e consumir o bem sem terem que licitar um preço pela sua aquisição. Uma vez produzido e divulgado publicamente, o bem está à disposição de inúmeros agentes económicos, que o poderão utilizar para benefício próprio.

A terceira característica é também extremamente importante: contrariamente ao que acontece com os bens privados, o bem "conhecimento" não "desaparece" com o seu consumo. Antes pelo contrário, o conhecimento tende a reproduzir-se e a levar a um aumento do seu nível perante situações onde este é exercitado, é consumido e usado na actividade económica. A descoberta de novos princípios científicos e tecnológicos é normalmente obtida usando o conhecimento acumulado sobre estas áreas, sendo muito raros os casos em que uma descoberta relevante é totalmente independente do nível de conhecimento previamente acumulado. Esta característica do conhecimento sobre os vários aspectos da actividade humana (quer resultante da relação do ser humano com a natureza, quer relativo ao próprio processo económico) apresenta uma particularidade muito *sui generis* em termos económicos: pode tornar o activo conhecimento no principal factor da sustentabilidade do crescimento económico



de longo prazo, conforme vamos mostrar de seguida.

Portanto, destas três características podemos retirar duas conclusões importantes. Primeiro, em virtude do mecanismo de mercado não funcionar na afectação destes bens, o sistema de mercado não pode ser considerado como um sistema eficiente na produção de bens públicos (e, em particular, de conhecimento tecnológico), levando ao sub-investimento e à sub-produção deste tipo de bens no longo prazo. Segundo, como o mecanismo de mercado não é eficiente, o Estado deverá intervir na produção destes bens por razões de eficiência (note que também o poderá fazer por razões de equidade e justiça social).

Em termos de síntese, devemos salientar as três questões fundamentais que resultam da consideração de bens públicos:

- O mecanismo de preços não funciona e leva à ineficiência na produção destes bens;
- O Estado deverá intervir por razões de eficiência económica, subsidiando a produção destes bens.
- O Estado poderá criar sistemas de direito de propriedade (patentes, *copyrights*, *trade marks*, etc.) no sentido de limitar o sub-investimento em bens intangíveis, por exemplo, em conhecimento tecnológico.

### 8.1.2 Direitos de propriedade: patentes e *copyrights*

Como vimos acima, as características dos bens públicos levam geralmente ao sub-investimento e à sub-produção dos mesmos. Do ponto de vista social, esta situação não é óptima na medida em que a sociedade como um todo poderá alcançar níveis de produção e de consumo mais elevados caso se verifique a intervenção do Estado através da concessão de subsídios à produção de conhecimento. No entanto, este tipo de intervenção pode levar ao mau uso dos recursos que o Estado coloca à disposição dos agentes privados para a produção de conhecimento e, por isso, foi desenvolvida uma forma alternativa de intervenção do Estado neste tipo de actividades: a criação de um sistema legal de protecção dos *direitos de propriedade* dos bens de natureza intelectual, o qual engloba patentes, *copyrights* e *trade marks*.

Em termos económicos, o que este sistema de direitos de propriedade pretende fazer consiste em tornar um bem público temporariamente num bem privado, ou num bem parcialmente privado. Vejamos o exemplo das patentes. Os princípios legais associados ao registo de patentes estipulam que:

- Os agentes que descobrirem um novo princípio tecnológico para produzir um bem ou serviço já existente, ou mesmo se descobrirem novos produtos ou serviços, têm a possibilidade de uso exclusivo destas descobertas se registarem a respectiva patente;
- Esta patente implica que os princípios tecnológicos fundamentais das descobertas terão de ser tornados públicos, podendo ser usados por outros agentes para descobrir novos princípios tecnológicos;
- Quem pretender utilizar a aplicação dos princípios desenvolvidos por outros agentes para seu próprio benefício, só o poderá fazer com o consentimento dos mesmos, o que implica na maioria dos casos o pagamento de direitos (royalties)
- A patente tem uma duração limitada para evitar períodos de monopólio relativamente ao uso das descobertas tecnológicas muito elevados. Na maioria dos casos o período da patente rondará os 20 anos, ao fim dos quais o princípio tecnológico que era já do domínio público pode ser usado para benefício próprio por todos os agentes económicos sem que qualquer pagamento de royalties esteja associado a esta utilização.

Ou seja, uma patente coloca o conhecimento de princípios tecnológicos no domínio público, os quais podem ser de facto usados para se produzir novo conhecimento e, portanto, contribuir assim para o benefício social. No entanto, a patente restringe temporariamente a utilização dos mesmos princípios para benefício dos agentes que não os desenvolveram no que diz respeito à produção de bens e serviços por parte destes.

Este duplo aspecto do processo de produção de conhecimento tecnológico está representado graficamente na *Figura 8.2*. A parte oval da mesma apresenta os fluxos no domínio da existência do bem público, ou seja o nível de  $A$  é o somatório de todo o conhecimento produzido por cada firma individualmente ( $A_i, A_j, A_p, \dots$ ), e tornado público pelo registo e atribuição da respectiva patente a cada empresa, o qual fica depois à disposição de todas para produção de *novo* conhecimento. A parte rectangular da figura representa o lado privado da produção de conhecimento. Cada empresa em termos individuais possui as patentes do conhecimento que desenvolveu, e só ela o pode utilizar para produzir bens materiais ( $Q$ ). Obviamente que o grande benefício para toda a economia resulta do conjunto de relações que se encontram representadas na parte oval da figura, e este tipo de relações só é possível devido à natureza particular do conhecimento tecnológico como um bem público.

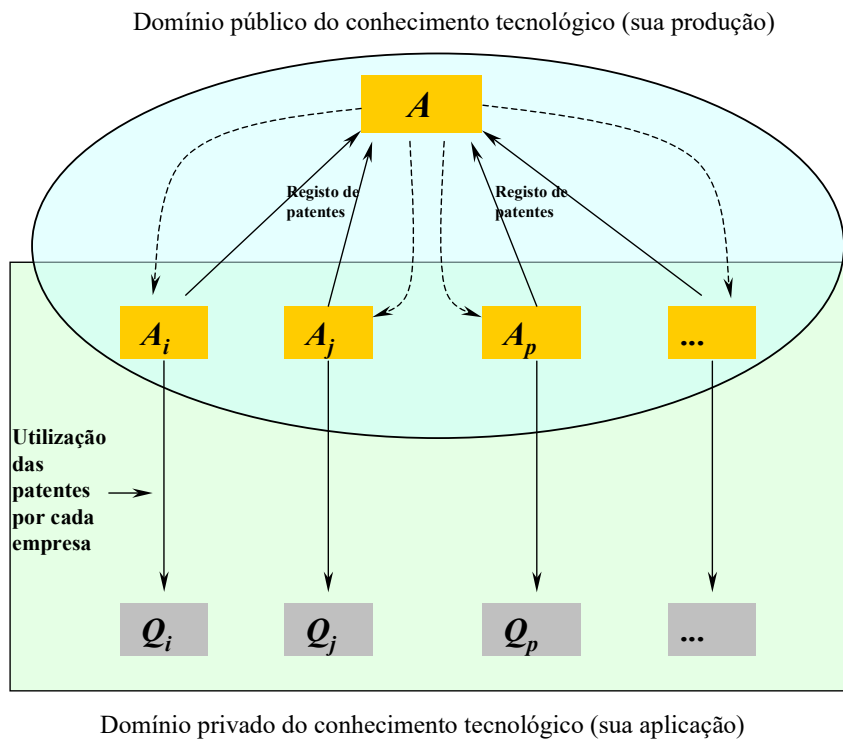


Figura 8.2: A REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA DUPLA FACETA DO CONHECIMENTO TECNOLÓGICO. A parte oval reflecte o domínio público do conhecimento tecnológico, enquanto que a parte rectangular mostra a aplicação privada do conhecimento na produção de bens materiais. As linhas a tracejado reflectem a utilização do conhecimento previamente existente para produzir novo conhecimento.

## 8.2 Externalidades e Acumulação de Conhecimento

Nesta secção vamos demonstrar que as características relativas à natureza do conhecimento tecnológico acima apresentadas levam à existência de rendimentos constantes na acumulação de conhecimento e, conseqüentemente, à existência de rendimentos constantes na acumulação de capital social. Por capital social entende-se todo o stock de capital de uma economia, englobando este a soma do capital físico ( $K$ ) e do capital intangível (ou seja, conhecimento tecnológico,  $A$ ). Vamos agora demonstrar a existência destes rendimentos constantes.

O nível de conhecimento tecnológico  $A$  é um stock e, portanto, a produção de novo conhecimento (ou a difusão de conhecimento já previamente produzido por novos agentes económicos) não será mais do que a variação deste stock entre dois períodos de tempo  $t-1$  e  $t$ . Ou seja, a produção de novo conhecimento num determinado ano será dada, assumindo que o tempo decorre de forma discreta, pela seguinte expressão

$$\Delta A \equiv A_t - A_{t-1}$$

Em tempo contínuo, a expressão acima passa a ser escrita como

$$\frac{dA}{dt} \equiv \dot{A}$$

Como o conhecimento passa a ser neste modelo produzido endogenamente, para que uma economia produza novo conhecimento é indispensável que agentes económicos individuais afectem recursos a esta actividade. Suponha que uma empresa  $i$  pretende desenvolver um novo método de produção ou um novo produto. Para tal esta deverá contratar técnicos qualificados (por exemplo, engenheiros, cientistas, informáticos, etc.), os quais iremos designar por  $\mathcal{R}_i$ , que receberão uma determinada remuneração pela sua participação no processo económico, e que irão utilizar o stock de conhecimento já existente sobre esta área de actividade ( $A$ ) para alcançar os novos resultados tecnológicos que a empresa pretende obter. Desta forma, podemos representar a seguinte função de produção de novo conhecimento da empresa  $i$  no período  $t$ <sup>4</sup>

$$\dot{A}_i = a_i \mathcal{R}_i A \quad , \quad a_i > 0 \quad (8.1)$$

---

<sup>4</sup>No sentido de evitar complicação com a simbologia que vamos utilizar, passamos a omitir o índice  $t$  das equações. No entanto, não deve esquecer que estamos a analisar um modelo dinâmico e, portanto, todas as variáveis estão representadas em função do tempo, ou seja, todos os anos terão um determinado valor que é ditado pela evolução da economia.

onde o parâmetro  $a_i$  representa a produtividade do grupo de investigadores desta empresa. Deve-se realçar dois pontos importantes nesta equação. Primeiro, note que a empresa  $i$  utiliza (ou pode utilizar) todo o stock de conhecimento disponível na economia ( $A$ ) para produzir novo conhecimento ( $\dot{A}_i$ ), e não apenas o conhecimento previamente obtido por si própria ( $A_i$ ). Isto resulta do facto do conhecimento tecnológico ser um bem público. Segundo, deve notar também que diferentes grupos de investigadores utilizando o mesmo stock total de conhecimento poderão possuir diferentes produtividades, ou seja,  $a_i$  varia de empresa para empresa, consoante as qualificações e o esforço dos investigadores e pessoal técnico de cada empresa individual.

Vamos agora acrescentar mais um pequeno dado à equação (8.1). Como em qualquer stock, também o stock de conhecimento tecnológico sofre depreciação com as transformações na actividade económica no decorrer do tempo. Por exemplo, a descoberta pela empresa  $x$  de novos métodos mais eficientes para produzir certos produtos, torna o conhecimento previamente existente na empresa  $y$  sobre estes produtos economicamente redundante e totalmente inútil em muitos casos. Por outro lado, quando engenheiros, técnicos, ou cientistas que são importantes para as empresas onde trabalham se reformam ou falecem, o nível de stock de conhecimento total existente dentro da empresa sofre uma diminuição.

Vamos denominar a depreciação por período de tempo do stock total de conhecimento economicamente útil dentro de cada empresa por  $\delta_A \cdot A_i$ , sendo  $\delta_A$  a taxa de depreciação por período de tempo e obviamente positiva. Assim, podemos reescrever a função de produção de novo conhecimento tecnológico da empresa  $i$  incluindo a depreciação do stock de conhecimento como

$$\dot{A}_i = a_i \mathcal{R}_i A - \delta_A \cdot A_i \quad , \quad a_i, \delta_A > 0 \quad (8.2)$$

Resta agora esclarecer como se determina o nível do stock total de conhecimento em toda a economia ( $A$ ). Na realidade as empresas têm diferentes dimensões, diferentes níveis de produtividade na investigação que conduzem e, conseqüentemente, diferentes níveis de conhecimento produzido. Se considerássemos estas diferenças entre as empresas para determinar o nível agregado do stock de conhecimento teríamos de introduzir a distribuição das empresas na economia que estamos a apresentar, o que poderia complicar significativamente a nossa análise. Por exemplo, se existissem poucas empresas a produzir investigação teríamos de levar em consideração as reacções oligopolistas das empresas na condução da sua investigação. Se existissem grandes empresas e pequenas empresas, talvez fosse conveniente considerar que as grandes empresas sub-contratariam as pequenas, devendo estas últimas apresentar uma produtividade mais

baixa que as primeiras. Ou talvez mais alta?

Para evitar estes detalhes, os quais poderão ser de importância crucial em análises mais avançadas mas não são determinantes para o esclarecimento do ponto que estamos a analisar neste capítulo (a sustentabilidade do crescimento no longo prazo), vamos assumir que existem  $N$  empresas na nossa economia e que são aproximadamente iguais em termos de tamanho e do conhecimento que produzem. Portanto, o nível de conhecimento acumulado em toda a economia pode ser dado pela expressão

$$A = N \cdot A_i \quad (8.3)$$

Substituindo esta equação na (8.2), obtemos a seguinte expressão

$$\dot{A}_i = (a_i \mathcal{R}_i N - \delta_A) A_i \quad (8.4)$$

onde se pode facilmente constatar os dois principais aspectos relacionados com a acumulação de conhecimento numa economia: externalidades positivas e rendimentos constantes na acumulação de conhecimento. Senão vejamos.

A existência de rendimentos constantes pode ser confirmada pelo facto de  $d\dot{A}_i/dA_i$  ser constante independentemente do nível de  $A_i$ , desde que a empresa  $i$  mantenha um nível constante de investimento em investigação dado por  $\mathcal{R}_i$ . Isto significa que a contínua acumulação de conhecimento por parte das empresas não reduz as possibilidades de obtenção de novo conhecimento, e isto verifica-se hoje, daqui a 100, ou daqui a 1000 anos. Obviamente que a produção de novo conhecimento só será positiva ( $\dot{A}_i > 0$ ) caso  $a_i \mathcal{R}_i N > \delta_A$ , hipótese que assumimos sem qualquer risco para a maioria dos países desenvolvidos.

Quanto ao efeito-externalidades associado ao conhecimento, este também pode ser facilmente identificado na equação (8.4). Quanto maior for o número de empresas que contribuam para o bolo da investigação e da produção de conhecimento — ou seja quanto maior for  $N$  — maior tenderá a ser o nível da produção de novo conhecimento ( $\dot{A}_i$ ), em virtude do stock total de conhecimento que cada uma poderá utilizar para produzir novo conhecimento para seu proveito individual ser também maior ( $N \cdot A_i$ ). Esta ideia pode parecer estranha, no entanto, tem uma lógica bastante poderosa. Suponha que o conhecimento é um processo cumulativo (o que não é difícil de aceitar) e uma pequena ilha onde apenas existem 2 pessoas. Se uma delas descobrir um método bastante útil para se produzir um determinado objecto, então este novo método só poderá ser passado para o segundo habitante. Mas se em vez da ilha, tiver uma economia largamente povoada, a descoberta poderá ser transmitida a um número muito maior de habitantes do que no primeiro caso. E como é muito mais fácil encontrar ideias novas num milhão de pessoas do que

em 2 pessoas, o intercâmbio entre elas deverá levar a que as economias onde o número de investigadores seja elevado deverão obter mais elevados níveis de conhecimento por empresa ou agente económico do que numa ilha isolada e fracamente povoada.

Para terminar esta secção, dividindo os dois lados da equação (8.4) por  $A_i$ , obtemos a taxa de crescimento de  $A_i$

$$\frac{\dot{A}_i}{A_i} = a_i \mathcal{R}_i N - \delta_A$$

Para que se verifique uma taxa de crescimento positiva na produção de novo conhecimento é necessário que  $a_i \mathcal{R}_i N > \delta_A$ . Isto requer que existam empresas ou agentes a afectarem tempo e recursos à investigação ( $N > 0$ ), e tão mais elevada tenderá a ser aquela taxa, quanto maior for o esforço de investimento em investigação por cada empresa (maiores níveis de  $\mathcal{R}_i$ ), ou quanto maior for a produtividade dos investigadores (quanto mais elevado for  $a_i$ ).

Na *Figura 8.3* representa-se graficamente a taxa de crescimento do nível do conhecimento em termos médios por empresa. O ponto A reflecte o patamar mínimo a partir do qual as economias podem obter taxas de crescimento positivas e com elas obter progresso económico. No caso das economias onde as empresas não consigam investir um mínimo em investigação (ou onde a produtividade associada à investigação seja muito baixa) tal que o novo conhecimento não consiga superar a depreciação do mesmo, as suas taxas de crescimento do conhecimento tornar-se-ão negativas, e como iremos constatar na secção seguinte, estas taxas de crescimento negativas generalizam-se para toda a economia. Isto é, a taxa de crescimento da actividade económica a nível macroeconómico é dada pelo nível da taxa de crescimento do conhecimento tecnológico, e caso esta taxa seja negativa, então a economia passa a crescer a uma taxa negativa, levando a uma situação de pobreza generalizada em toda a economia.

Portanto, pode-se definir a *armadilha da pobreza* como o limiar a partir do qual uma economia conseguirá obter crescimento económico positivo e, conseqüentemente, progresso económico e social. Se uma economia não conseguir ultrapassar este patamar, estará condenada a uma situação de pobreza que não é eliminada ao longo do tempo, podendo mesmo agravar-se no longo prazo. No nosso caso, a armadilha da pobreza verifica-se quando  $a_i \mathcal{R}_i N < \delta_A$ .

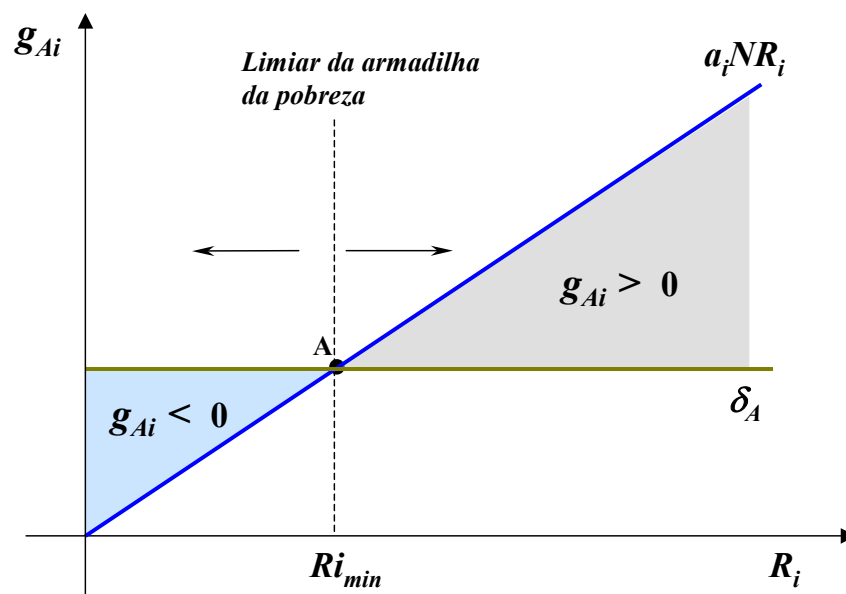


Figura 8.3: A TAXA DE CRESCIMENTO DO NÍVEL DO CONHECIMENTO POR EMPRESA. O ponto  $A$  reflecte o patamar mínimo a partir do qual as economias podem obter taxas de crescimento positivas e obter sucesso económico.



### 8.3 O Modelo Completo

Nesta secção vamos demonstrar que a economia como um todo obterá uma taxa de crescimento igual à taxa de crescimento do conhecimento tecnológico porque este sector passa a ser o motor de toda a economia. A existência de rendimentos constantes na acumulação de conhecimento propaga-se também à acumulação de capital físico a partir do momento em que passam a existir interações entre os dois sectores produtivos: bens e serviços ( $Q$ ) e conhecimento ( $A$ ). Note que isto se mantém válido mesmo que existam rendimentos decrescentes na acumulação de capital físico no sector da produção de bens e serviços.

Vamos agora passar a especificar as funções de comportamento relativas à produção de bens e serviços ( $Q$ ), à acumulação de capital físico ( $\dot{K}$ ), e à reprodução da população total ( $\dot{L}$ ). Devemos notar que a população total ( $L$ ) se reparte entre força de trabalho não qualificada ( $\mathcal{L}$ ) e técnicos qualificados ( $\mathcal{R}$ ).

#### 8.3.1 Produção de bens físicos

Suponha que a empresa  $i$  produz bens e serviços ( $Q_i$ ) com a seguinte função de produção

$$Q_i = K_i^\alpha (A_i \mathcal{L}_i)^{1-\alpha} \quad (8.5)$$

onde  $K_i$  representa o stock de capital físico da empresa,  $\mathcal{L}_i$  o volume de mão de obra não qualificada da empresa, e  $A_i$  o número de patentes que a empresa pode utilizar para produzir bens e serviços, ou seja o nível de conhecimento tecnológico desenvolvido pela empresa  $i$ . Note que, obviamente, a empresa  $i$  só pode produzir bens materiais a partir das suas patentes ou *trade marks* ( $A_i$ ), mas pode desenvolver novas patentes ou *trade marks* a partir de todo o conhecimento disponível na economia ( $A$ ). Os parâmetros  $\alpha, 1 - \alpha$  são elasticidades relativas à acumulação de capital (respectivamente, físico e intangível ou tecnológico), e obedecem à seguinte restrição

$$0 < \alpha < 1$$

Note que como ambas as elasticidades  $\alpha$  e  $1 - \alpha$  têm valores compreendidos entre zero e um, ou seja  $(\alpha, 1 - \alpha) \in (0, 1)$ , temos rendimentos decrescentes na acumulação de capital físico e de conhecimento tecnológico quando consideramos apenas o sector de bens e serviços. Nas Figuras 8.4 e 8.5 mostramos os impactos sobre o nível de produção de bens físicos ( $Q_i$ ) resultantes da acumulação sucessiva de  $K_i$  e de  $A_i$  em termos individuais (ou seja, quando um factor varia os restantes factores produtivos permanecem constantes).

Começamos por analisar a variação de  $K_i$ . Como se pode facilmente verificar na *Figura 8.4*, quando uma empresa tem um determinado número de patentes ou *trade marks* constante ( $A_i = \overline{A}_i$ ), e aumenta de forma permanente e sucessiva o seu nível do stock de capital físico ( $K_i$ ), a contribuição marginal deste stock para o nível de  $Q_i$  vai diminuindo também sucessiva e gradualmente, tornando-se cada vez mais pequena no longo prazo. Isto resulta do facto de  $0 < \alpha < 1$ . Assim, fazendo aumentar sucessivamente  $K_i$  num mesmo montante, leva a que o aumento do produto total  $Q_i$  seja cada vez menor, tendendo para zero no longo prazo. Este impacto de  $K_i$  sobre  $Q_i$ , mantendo o resto constante, designa-se por produtividade marginal do capital físico, e como a mesma diminui ao longo do tempo, dizemos que temos uma produtividade marginal do capital decrescente no longo prazo.

Podemos também aplicar o mesmo tipo de raciocínio relativamente aos aumentos no conhecimento tecnológico (vide *Figura 8.5*). Fazendo aumentar  $A_i$  sucessivamente, e mantendo os restantes factores constantes, o resultado é semelhante ao caso anterior, verificando-se também uma produtividade marginal decrescente na acumulação deste conhecimento. Este facto resulta da elasticidade de  $Q_i$  (produto total) relativamente a  $A_i$  ser também inferior à unidade — conforme vimos acima  $0 < (1 - \alpha) < 1$  — o que faz com que a relação entre estas duas variáveis seja dada por uma função côncava.

Vejamus melhor esta diminuição da produtividade marginal do capital e do conhecimento perante a acumulação dos mesmos ao longo do tempo, e vamos ilustrar este aspecto com o capital físico. A expressão da produtividade marginal do capital físico ( $PMG_{K_i}$ ) determina-se calculando a derivada parcial da produção de bens físicos relativamente a  $K_i$ , ou seja

$$\begin{aligned} PMG_{K_i} &= \frac{\partial Q_i}{\partial K_i} = \alpha K_i^{\alpha-1} A_i^{1-\alpha} \mathcal{L}_i^{1-\alpha} \\ &= \alpha \left( \frac{A_i}{K_i} \right)^{1-\alpha} \mathcal{L}_i^{1-\alpha} \end{aligned}$$

Assuma agora que a empresa  $i$  não afecta recursos à investigação e, portanto,  $A_i$  permanece constante ou seja  $A_i = \overline{A}_i$ . Para simplificar, suponha também que a mão de obra da empresa permanece constante ( $\mathcal{L}_i = \overline{\mathcal{L}}_i$ ). Nestas circunstâncias é fácil perceber que se a empresa continuar a aumentar  $K_i$ , então o  $PMG_{K_i}$  vai diminuir gradual e progressivamente tendendo para zero no longo prazo. Na *Figura 8.6* mostramos esta diminuição da produtividade marginal do capital físico.<sup>5</sup>

<sup>5</sup>Note que o mesmo tipo de raciocínio poderia ser feito relativamente ao capital humano, ou seja, o conhecimento. Fica como exercício para o leitor demonstrar que o mesmo tipo de comportamento se aplica ao produto marginal de  $A_i$ .

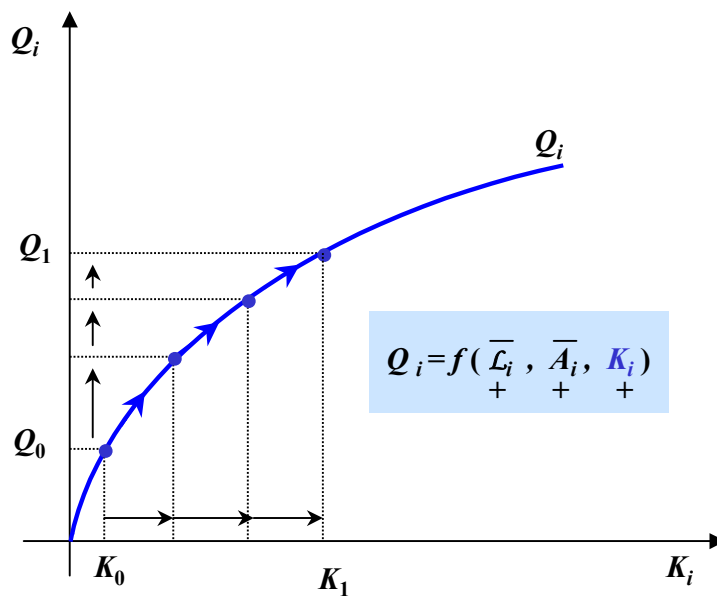


Figura 8.4: A RELAÇÃO ENTRE A PRODUÇÃO DE BENS FÍSICOS E O CAPITAL FÍSICO. Os níveis da produção de bens físicos ( $Q_i$ ), resultantes de aumentos sucessivos do nível do factor capital físico ( $K_i$ ), aumentam mas a taxas cada vez menores, se os restantes factores permanecerem constantes ( $A_i = \bar{A}_i$ ,  $\mathcal{L}_i = \bar{\mathcal{L}}_i$ ).

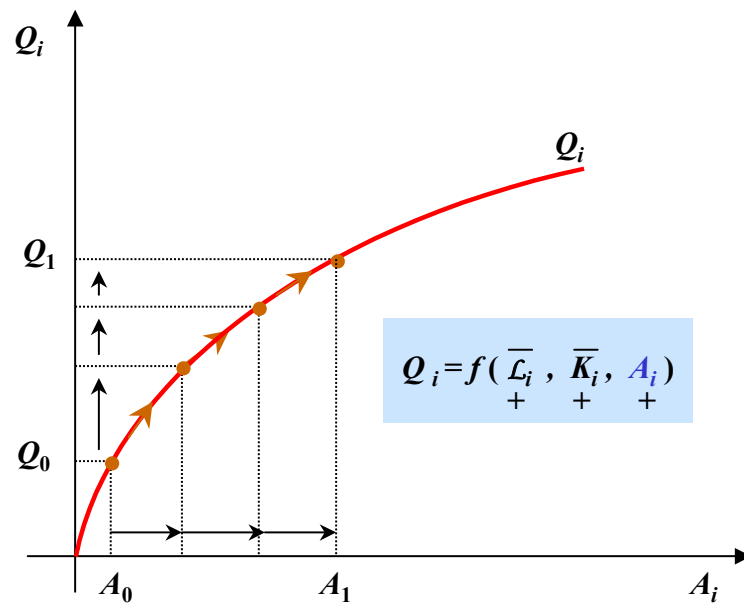


Figura 8.5: A RELAÇÃO ENTRE A PRODUÇÃO DE BENS FÍSICOS E O CONHECIMENTO TECNOLÓGICO. Os níveis da produção de bens físicos ( $Q_i$ ), resultantes de aumentos sucessivos do nível do conhecimento tecnológico ( $A_i$ ), aumentam mas a taxas cada vez menores, se os restantes factores permanecerem constantes ( $K_i = \bar{K}_i, L_i = \bar{L}_i$ ).

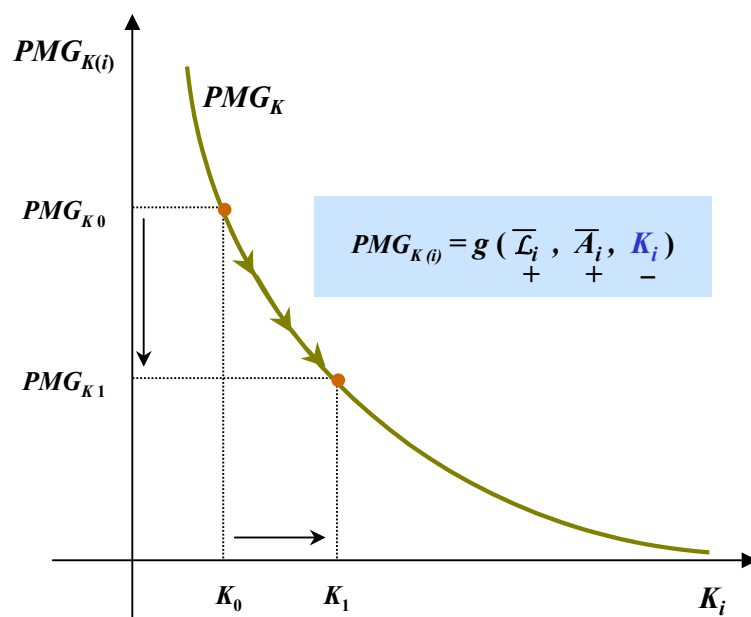


Figura 8.6: PRODUTO MARGINAL DO CAPITAL FÍSICO DECRESCENTE. Caso  $A_i$  e  $\mathcal{L}_i$  permaneçam constantes ao longo do tempo, um aumento permanente do nível de  $K_i$  levará a uma diminuição gradual e permanente da produtividade marginal deste stock de capital.

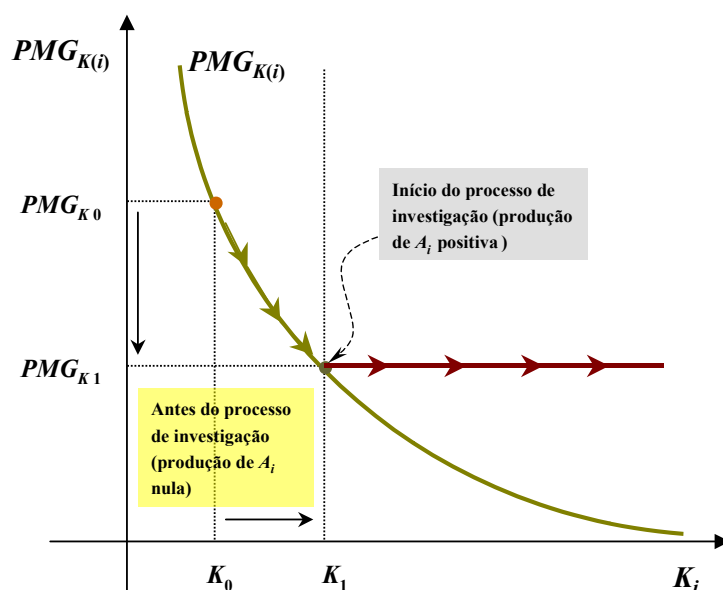


Figura 8.7: CONHECIMENTO TECNOLÓGICO E PRODUTIVIDADE MARGINAL DO CAPITAL FÍSICO CONSTANTE. A acumulação de conhecimento tecnológico pára o declínio da produtividade marginal do capital físico. A partir do período em que a empresa  $i$  inicia o processo de produção de novo conhecimento, a produtividade do seu capital físico pode permanecer constante no longo prazo, continuando a existir incentivos para a acumulação de capital físico.

No entanto, esta diminuição gradual do  $PMG_{K_i}$  deixa de se verificar quando se introduz no processo de acumulação de capital também o efeito da produção de capital tecnológico (ou *conhecimento tecnológico*, o qual é obtido no sector da investigação). Se  $A_i$  aumentar período após período, então a produtividade marginal de  $K_i$  permanecerá constante se  $A_i$  e  $K_i$  crescerem à mesma taxa, o que de facto acontece como vamos mostrar de seguida. Portanto, o crescimento permanente de  $A_i$  ao longo do tempo tem o efeito de fazer parar o decréscimo do  $PMG_{K_i}$  e com isto manter aceso o incentivo para a continuação do investimento em bens materiais. Na *Figura 8.7* mostramos o efeito do crescimento permanente do nível do conhecimento tecnológico sobre o processo de acumulação de capital físico.

Vamos agora demonstrar que as taxas de crescimento dos dois stocks de capital são iguais. Para tal é necessário explicitar as equações de movimento do capital físico e da mão de obra não qualificada.

### 8.3.2 Acumulação de capital físico

Esta função segue totalmente os conceitos já anteriormente introduzidos relativamente a este tipo de acumulação, por exemplo no modelo de Solow. Assim, o comportamento dinâmico do stock de capital físico da empresa  $i$  ao longo do tempo ( $K_i$ ) depende de duas forças: do investimento bruto e da amortização ou depreciação física do capital. Estas duas forças têm o seguinte impacto sobre o stock de capital:

- o investimento bruto ( $I_i$ ), no caso de ser positivo faz aumentar o nível de  $K_i$ , e no caso de ser negativo provoca uma diminuição neste stock;
- a depreciação física do capital, sendo a taxa de depreciação dada pela constante  $\delta_K$  cujo intervalo de variação é  $0 < \delta_K < 1$ , provoca uma redução no nível de  $K_i$ .

Utilizando esta informação, a variação do capital em termos absolutos em cada ano ou período de tempo ( $\dot{K}_i$ ) pode ser expressa em termos algébricos pela seguinte equação:

$$\dot{K}_i = I_i - \delta_K \cdot K_i \quad , \quad 0 < \delta_K < 1 \quad (8.6)$$

Sabendo que o nível do investimento será determinado como uma parte do rendimento gerado pela empresa, sendo esta proporção dada pela taxa de poupança dos titulares da empresa

$$I_i = s_i \cdot Q_i \quad , \quad 0 < s_i < 1$$

podemos então reescrever a equação (8.6) da seguinte forma

$$\dot{K}_i = s_i \cdot Q_i - \delta_K \cdot K_i.$$

### 8.3.3 Reprodução da população

Para simplificar vamos assumir que a população total existente na economia permanece constante ao longo do tempo, ou seja a taxa de crescimento da mesma é nula:  $n = 0$ . Portanto, sendo a taxa de crescimento nula, isto significa que o nível da população ao longo do tempo será igual ao seu nível inicial  $L_0$ :

$$\dot{L} = n \cdot L \quad , \quad n = 0 \quad \Leftrightarrow \quad L = L_0 \quad (8.7)$$

Relativamente à empresa  $i$ , faz sentido assumir que o nível da população que a mesma emprega seja também mantido como constante ao

longo do tempo. Devemos notar que o emprego total da empresa  $i$ , ou seja  $L_i$ , se reparte entre força de trabalho não qualificada que é utilizada na produção de bens físicos ( $\mathcal{L}_i$ ), e técnicos qualificados utilizados no sector da investigação, ou seja na produção de novo conhecimento ( $\mathcal{R}_i$ ). Portanto, temos

$$\begin{aligned} L_i &= \mathcal{L}_i + \mathcal{R}_i \\ L_i &= L_i(0), \text{ constante} \end{aligned}$$

### 8.3.4 O equilíbrio de longo prazo

A partir deste momento temos já todos os ingredientes para analisar a situação económica para a qual esta empresa (bem como toda a economia) converge no longo prazo.

Suponha que no ponto de partida, a nossa empresa tem os níveis iniciais de capital físico, mão de obra qualificada e não qualificada, e conhecimento tecnológico como dados e positivos

$$K_i(0) > 0 \quad , \quad \mathcal{R}_i(0) > 0 \quad , \quad \mathcal{L}_i(0) > 0 \quad , \quad A_i(0) > 0$$

Uma vez conhecidas as condições iniciais das várias variáveis, toda a evolução da actividade da empresa irá ser determinada pelo conjunto de equações que se encontram na **Tabela 1**, as quais são uma síntese das secções anteriores.

**Tabela 1: Síntese das Equações de Comportamento do Modelo**

- |    |  |  |
|----|--|--|
| 1. | $Q_i = K_i^\alpha (\mathcal{L}_i A_i)^{1-\alpha}$  | , produção da empresa $i$  |
| 2. | $\dot{K}_i = s_i \cdot Q_i - \delta_K \cdot K_i$   | , variação do capital físico   |
| 3. | $\dot{A}_i = (a_i \mathcal{R}_i N - \delta_A) A_i$ | , variação do conhecimento<br>, $N =$ número de empresas com I&D                         |
| 4. | $L_i = \mathcal{L}_i + \mathcal{R}_i$              | , $\mathcal{L}_i =$ trabalho não qualificado<br>, $\mathcal{R}_i =$ trabalho qualificado |
| 5. | $L_i$ é mantido constante                          | , variação de $L_i$ é nula ( $\dot{L}_i = 0$ )   |



Para se determinar o equilíbrio de longo prazo devemos nos concentrar nas equações de movimento relativas a  $K_i$  e a  $A_i$ , ou seja as equações diferenciais (2) e (3) da referida tabela.

Podíamos utilizar a mesma técnica que foi usada no modelo de Solow para reduzir o modelo ao menor número possível de equações de movimento (ou equações diferenciais).<sup>6</sup> No entanto, neste modelo torna-se mais fácil e expedito utilizar o método alternativo da análise das taxas de crescimento dos dois stocks de capital. Através deste método, o modelo pode ser reduzido a duas equações de movimento que são facilmente estudadas.

### A dinâmica de $A_i$

A dinâmica de  $A_i$  é bastante fácil de analisar. De facto, a mesma já foi analisada em grande detalhe numa secção anterior. Dividindo os dois lados da equação (3) contida na **Tabela 1** por  $A_i$  obtemos uma expressão para a taxa de crescimento do conhecimento tecnológico, a qual é dada por

$$\frac{\dot{A}_i}{A_i} \equiv g_{A_i} = a_i \mathcal{R}_i N - \delta_A \quad (8.8)$$

O estudo do equilíbrio de longo prazo desta equação é imediato. Do lado direito da equação temos apenas parâmetros  $(a_i, \delta_A)$  ou variáveis pré-determinadas  $(N, \mathcal{R}_i)$ , não existindo qualquer variável endógena ao funcionamento económico. Como nem os parâmetros nem as variáveis pré-determinadas sofrem variações com a evolução da economia — já que permanecem como constantes do modelo e da empresa (ou da economia) — então  $g_{A_i}$  terá de permanecer constante ao longo do tempo. Ou seja, nesta situação

$$\dot{g}_{A_i} = 0 \quad \text{é sempre verificada}$$

pois não existem variáveis (ou forças económicas) que façam com que a taxa de crescimento  $g_{A_i}$  possa variar endogenamente no longo prazo. Portanto, a taxa de crescimento do conhecimento tecnológico será sempre constante e dada pela expressão  $g_{A_i} = a_i \mathcal{R}_i N - \delta_A$ .

Graficamente o equilíbrio desta variável pode ser também representado no plano  $(g_{K_i}, g_{A_i})$ , conforme *Figura 8.8*. Qualquer valor da taxa de crescimento do stock de capital físico é compatível com o equilíbrio de longo prazo para a taxa de crescimento do stock de conhecimento tecnológico. Ou dito de outra forma, variações na taxa de crescimento do

---

<sup>6</sup>Esta técnica consistiu na redução do número de variáveis dinâmicas através da transformação das variáveis em valores absolutos em variáveis medidas em termos intensivos (ou seja, em termos de eficiência).

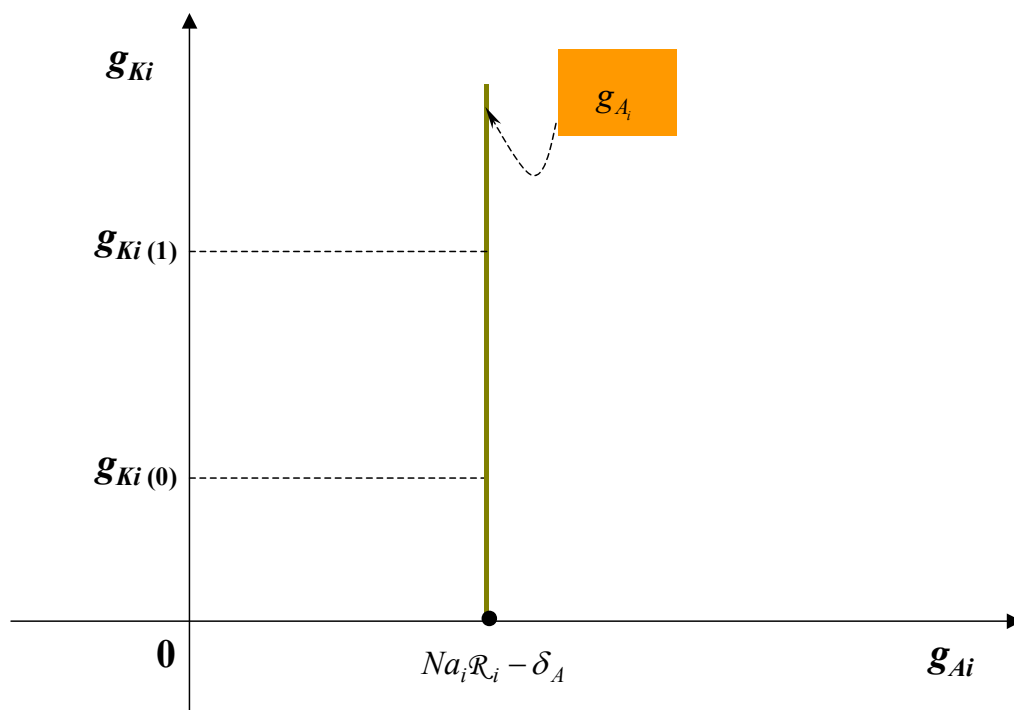


Figura 8.8: O EQUILÍBRIO DE LONGO PRAZO DA TAXA DE CRESCIMENTO DO STOCK DE CONHECIMENTO TECNOLÓGICO. *Este equilíbrio não depende da taxa de crescimento do capital físico.*

capital físico não afectam minimamente o nível da taxa de crescimento do stock de conhecimento tecnológico.

### A dinâmica de $K_i$

Dividindo os dois lados da equação (2) contida na **Tabela 1** por  $K_i$  obtemos uma expressão para a taxa de crescimento do stock de capital físico, a qual será dada por

$$\frac{\dot{K}_i}{K_i} \equiv g_{K_i} = s_i \cdot K_i^{\alpha-1} (\mathcal{L}_i A_i)^{1-\alpha} - \delta_K \quad (8.9)$$

No sentido de saber se  $g_{K_i}$  tenderá (ou não) para um valor constante no longo prazo, precisamos de aplicar um pequeno truque que consiste em transformar a equação (8.9) em taxas de crescimento. Assim, teremos que a taxa de crescimento de  $g_{K_i}$ , a qual é definida pela expressão  $\dot{g}_{K_i}/g_{K_i}$ ,

será dada por<sup>7</sup>

$$\frac{\dot{g}_{K_i}}{g_{K_i}} = (\alpha - 1) g_{K_i} + (1 - \alpha) (g_{A_i} + g_{L_i}) \quad (8.10)$$

Se na equação acima, a condição  $\dot{g}_{K_i} = 0$  tiver solução explícita, então esta solução implicará que  $g_{K_i}$  permanecerá constante no longo prazo.

Para resolver esta questão é conveniente fazer primeiro algumas simplificações. Devido à hipótese simplificadora apresentada atrás, a taxa de crescimento da população é nula. Então, de acordo com a lógica desta hipótese, também a taxa de crescimento da mão de obra não qualificada deverá ser nula, ou seja  $g_{L_i} = 0$ . Assim, substituindo  $g_{L_i} = 0$  na expressão anterior, e multiplicando ambos os lados da equação por  $g_{K_i}$ , virá

$$\dot{g}_{K_i} = \left[ (\alpha - 1) g_{K_i} + (1 - \alpha) g_{A_i} \right] g_{K_i} \quad (8.11)$$

Portanto, para  $\dot{g}_{K_i} = 0$ , ou seja igualando a equação (8.10) a zero e resolvendo em ordem a  $g_{K_i}$ , obteremos a condição que apresenta o valor de equilíbrio de longo prazo para  $g_{K_i}$

$$g_{K_i} = 0, \text{ ou} \quad (8.12)$$

$$g_{K_i} = g_{A_i} \quad (8.13)$$

Esta condição apresenta os valores para onde  $g_{K_i}$  poderá convergir ao longo do tempo, mesmo que parta de diferentes condições iniciais. Na *Figura 8.9* representamos graficamente a dinâmica da variável  $g_{K_i}$  ao longo do tempo no plano  $(g_{A_i}, g_{K_i})$ .

Como se pode ver facilmente nesta figura, estão claramente presentes as duas situações diferentes quanto à evolução possível desta variável (dependendo dos valores iniciais de  $g_{K_i}$  e  $g_{A_i}$  serem positivos ou negativos). Caso ambos sejam positivos, qualquer que seja a taxa de crescimento do stock de conhecimento que a empresa tenha à partida, a taxa de crescimento do stock de capital físico irá sempre convergir para uma situação de equilíbrio com um valor positivo. Suponha que o valor inicial de  $g_{A_i}$  é positivo e dado por  $g_{A_i(0)}$ , conforme primeiro quadrante. Assim, caso a empresa  $i$  inicie o processo de acumulação de capital físico com uma elevada taxa de crescimento deste stock — por exemplo, no ponto B — esta taxa de crescimento irá diminuir até atingir o seu ponto de equilíbrio de longo prazo, dado pelo ponto E. O inverso acontece se a taxa de crescimento inicial de  $K_i$  for muito baixa relativamente ao seu valor de equilíbrio de longo prazo, o que se verifica através do processo dinâmico

<sup>7</sup>Este passo é elementar e segue a técnica ensinada no capítulo 1 (vide secção sobre taxas de crescimento).

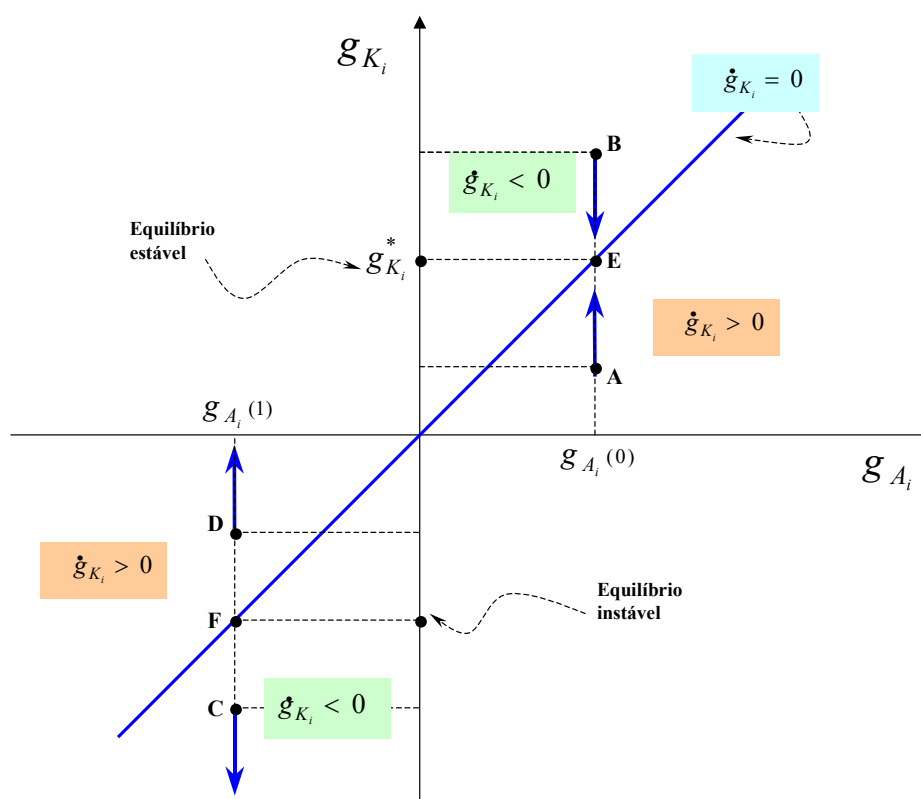


Figura 8.9: O equilíbrio de longo prazo da taxa de crescimento do stock de capital físico.

do ponto A para E. Portanto, E é um ponto de equilíbrio estável da economia, onde as variáveis económicas crescem à taxa  $g_{K_i}^* = g_{A_i}^* = g^*$ .<sup>8</sup>

Uma outra situação que convém analisar é aquela em que as duas taxas de crescimento são negativas à partida, ou seja, em termos de condições iniciais. Isto passa-se ao nível do terceiro quadrante na *Figura 8.9*. Suponha que inicialmente a taxa de crescimento de A é negativa e dada por  $g_{A_i(1)}$  situada no terceiro quadrante. Neste caso, o movimento dinâmico de  $g_{K_i}$  é o oposto do que aconteceu no primeiro quadrante, sendo este representado pela direcção das setas a partir dos pontos C e D. Assim, se a taxa de crescimento do stock de capital físico for superior à taxa de crescimento do conhecimento tecnológico — o que acontece no ponto D,  $g_{K_i} > g_{A_i}$  — então  $g_{K_i}$  irá aumentar, contrariamente ao que aconteceu no primeiro quadrante. No ponto C passa-se precisamente ao

<sup>8</sup> Como é usual, o asterisco é utilizado para designar o valor das variáveis no equilíbrio de longo prazo.

contrário, tornando-se o valor de  $g_{K_i}$  cada vez mais negativo à medida que o tempo vai decorrendo.

O comportamento de  $g_{K_i}$  no terceiro quadrante parece ser, à partida, um pouco intrigante. No entanto, o mesmo pode ser facilmente explicado se utilizarmos a equação que nos dá a sua evolução dinâmica (equação 8.11) e usarmos um exemplo numérico. Note que a mesma pode ser reescrita do seguinte modo

$$\dot{g}_{K_i} = (\alpha - 1) \left( g_{K_i}^2 - g_{A_i} g_{K_i} \right)$$

Suponha que  $\alpha = 0.4$ . Numa situação inicial que designamos por 0, se tivermos  $g_{A_i(0)} = 0.03$  e  $g_{K_i(0)} = 0.04$ , o que acontece a  $\dot{g}_{K_i}$ ? Substituindo estes valores na equação acima, teremos  $\dot{g}_{K_i} = -0.00024 < 0$ . Ou seja, como  $\dot{g}_{K_i}$  é negativo, então  $g_{K_i}$  estará a decrescer ao longo do tempo, e isto verifica-se conforme o movimento do ponto B para E no primeiro quadrante. Agora, suponha uma outra situação inicial (situação 1) e atribua os seguintes valores iniciais (mas negativos) para as duas taxas de crescimento:  $g_{A_i(1)} = -0.03$  e  $g_{K_i(1)} = -0.02$ . Note que a relação  $g_{K_i(1)} > g_{A_i(1)}$  também se verifica neste exemplo; no entanto, a dinâmica de  $g_{K_i}$  irá ser diferente. Calculando novamente o valor de  $\dot{g}_{K_i}$ , obtemos agora  $\dot{g}_{K_i} = 0.00012 > 0$ . Ou seja, neste caso temos  $g_{K_i(1)} > g_{A_i(1)}$ , no entanto, como ambas as taxas têm valores iniciais negativos,  $g_{K_i}$  crescerá ao longo do tempo conforme movimento do ponto D para cima, o que contraria os movimentos no primeiro quadrante quando esta relação se verificava entre as taxas.

### O equilíbrio de longo prazo complicado

O equilíbrio de longo prazo deste modelo é intrincado devido ao que foi discutido no parágrafo anterior. Como a variação da variável  $g_{K_i}$  depende das condições iniciais de  $g_{K_i}$  e  $g_{A_i}$  serem positivas ou negativas, iremos confirmar que existem dois tipos de equilíbrio neste modelo: um equilíbrio estável, se as condições iniciais forem no primeiro quadrante; um equilíbrio instável se estas se verificarem no terceiro quadrante.

Para se determinar o equilíbrio de longo prazo da empresa (e, consequentemente, da economia) basta impôr as habituais condições (variação nula das variáveis em discussão). Neste caso teremos:

$$\begin{aligned} \dot{g}_{K_i} &= 0 \\ \dot{g}_{A_i} &= 0 \end{aligned}$$

Usando as equações (??) e (8.8), o equilíbrio de longo prazo para a economia é dado pelo seguinte resultado

$$g_{K_i} = g_{A_i} = a_i \mathcal{R}_i N - \delta_A$$

sendo estas taxas positivas desde que a armadilha da pobreza não se verifique, ou seja, desde que  $a_i \mathcal{R}_i N > \delta_A$ .<sup>9</sup>

Graficamente este equilíbrio pode ser obtido através da sobreposição das duas últimas figuras. Restringindo, por enquanto, a análise ao quadrante onde ambas as condições iniciais são positivas (porque se está a excluir a armadilha da pobreza), o resultado é fácil de visualizar (vide *Figura 8.10*). De facto, não é mais do que uma reprodução da análise gráfica da subsecção anterior o que nos leva a não entrar em grandes detalhes na explicação desta representação gráfica. No longo prazo, a taxa de crescimento do capital físico converge para o valor da taxa de crescimento do conhecimento tecnológico, sendo esta última o verdadeiro motor do progresso económico e do bem estar social. Em forma de conclusão, podemos dizer que o equilíbrio de longo prazo existe, é único, e é estável para a empresa (bem como para a economia como um todo) que temos vindo a analisar neste capítulo.

No entanto, este tipo de equilíbrio não se verifica no caso da armadilha da pobreza. Esta armadilha existe quando o valor inicial para  $g_{A_i}$  é negativo, ou seja, quando no ponto de partida tivermos  $a_i \mathcal{R}_i N < \delta_A$ . Neste caso, teremos dois equilíbrios de longo prazo para a economia. O primeiro é instável e verifica-se quando o valor inicial para  $g_{K_i}$  for exactamente igual ao de  $g_{A_i}$ , conforme ponto F na *Figura 8.11*. É fácil deduzir que se os valores iniciais forem iguais  $g_{A_i(0)} = g_{K_i(0)}$ , então ambas as condições de equilíbrio ( $\dot{g}_{K_i} = 0$ , e  $\dot{g}_{A_i} = 0$ ) estarão satisfeitas, só que a economia evolui agora a taxas de crescimento negativas para ambas as variáveis  $A_i$  e  $K_i$ .

O segundo equilíbrio associado à armadilha da pobreza é estável e tem uma peculiaridade: apesar da taxa de crescimento de  $A_i$  continuar a ser negativa (é um dado do exercício), só que  $K_i$  cresce agora a uma taxa igual a zero. Isto verifica-se no ponto H da *Figura 8.11*. Se o processo de acumulação de capital tiver como condição inicial o ponto D,  $g_{K_i}$  convergirá para H (ou seja, para zero) ao longo do tempo já que  $\dot{g}_{K_i} > 0$  conforme vimos na subsecção anterior. Caso o processo se inicie em G, teremos  $\dot{g}_{K_i} < 0$  e a economia converge para H.<sup>10</sup>

### 8.3.5 Taxas de crescimento no ELP

Como vimos na secção anterior, teremos dois equilíbrios de longo prazo dependendo da taxa de crescimento do conhecimento tecnológico ser positiva ou negativa. Estes equilíbrios são caracterizados pelas seguintes

<sup>9</sup>Vide secção anterior onde esta condição foi discutida em grande detalhe.

<sup>10</sup>Como exercício, tente mostrar que se a economia estiver em G, esta converge para o ponto H.

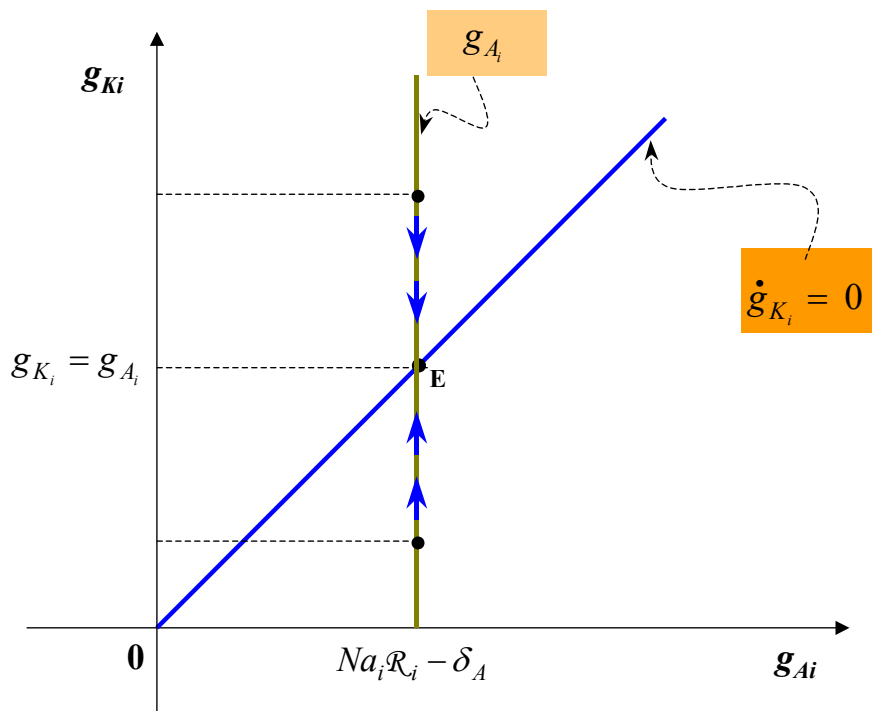


Figura 8.10: O EQUILÍBRIO DE LONGO PRAZO. A representação gráfica do equilíbrio de longo prazo da empresa  $i$  (o qual é também o equilíbrio da economia como um todo). No longo prazo, a taxa de crescimento do stock de capital físico converge para o valor da taxa de crescimento do conhecimento tecnológico. No longo prazo ambas estas taxas são iguais no ponto  $E$ .

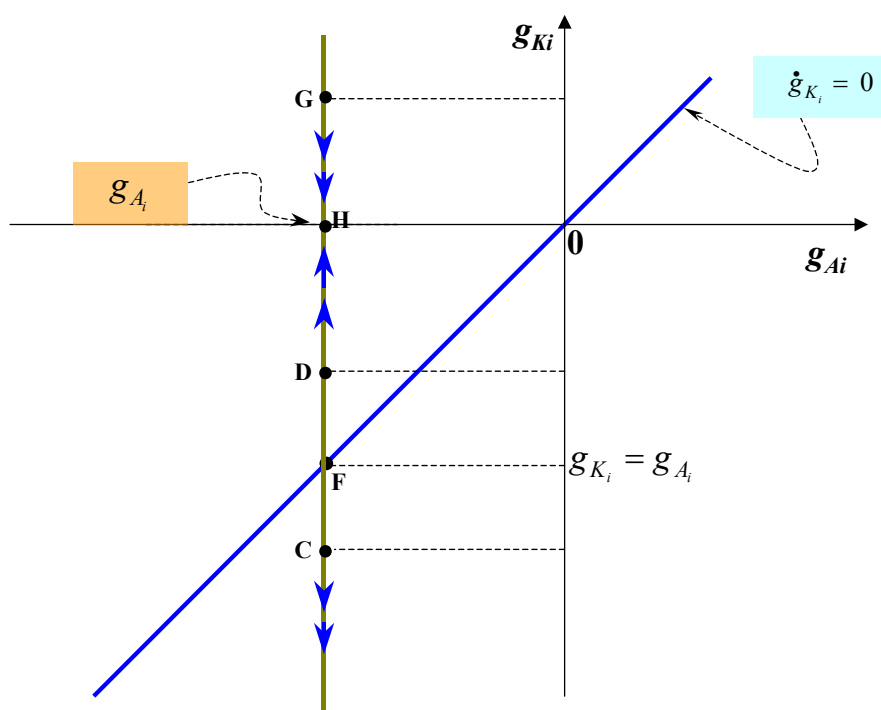


Figura 8.11: O EQUILÍBRIO DE LONGO PRAZO NA ARMADILHA DA POBREZA. Neste caso temos dois equilíbrios. O equilíbrio dado pelo ponto  $H$  é estável, e leva a que a taxa de crescimento de  $K_i$  seja nula. O equilíbrio dado por  $F$  é instável, já que se as condições iniciais forem dadas por  $C$ , a taxa de crescimento de  $K_i$  irá para  $-\infty$ , ou irá para zero caso a economia inicie o processo em  $D$ .



condições:

$$\begin{aligned} g_{K_i} &= g_{A_i} \quad , \quad \text{se } g_{A_i} > 0 \\ &\text{ou} \\ g_{K_i} &= 0 \quad , \quad \text{se } g_{A_i} < 0 \end{aligned} \tag{8.14}$$

No entanto, qual será a taxa de crescimento da produção de bens físicos produzidos pela empresa  $i$  nestes equilíbrios? E relativamente à economia como um todo, quais serão as taxas de crescimento que a mesma obterá nos referidos equilíbrios? As respostas a estas questões são fáceis de obter.

Primeiro, utilizando a função de produção de bens físicos da empresa  $i$  — dada por  $Q_i = K_i^\alpha (\mathcal{L}_i A_i)^{1-\alpha}$ , vide equação 1 da **Tabela 1** — e transformando a mesma em taxas de crescimento, obtemos o seguinte resultado:  $g_{Q_i} = \alpha \cdot g_{K_i} + (1 - \alpha) (g_{A_i} + g_{\mathcal{L}_i})$ . Como das nossas hipóteses simplificadoras sabemos que  $g_{\mathcal{L}_i} = 0$ , então teremos

$$g_{Q_i} = \alpha \cdot g_{K_i} + (1 - \alpha)g_{A_i}$$

Agora basta substituir nesta equação os dados relativos a cada um dos equilíbrios conforme (8.14). Suponha o primeiro caso em que  $g_{A_i} > 0$ , o que implica que  $g_{K_i} = g_{A_i}$ . Neste equilíbrio de longo prazo, temos o seguinte resultado para as taxas de crescimento da empresa  $i$  (recorde que  $g_{A_i} = a_i \mathcal{R}_i N - \delta_A$ )<sup>11</sup>

$$\begin{aligned} g_{Q_i} &= g_{K_i} = g_{A_i} \\ &= a_i \mathcal{R}_i N - \delta_A \end{aligned}$$

Quanto à economia como um todo, esta obtém taxas de crescimento iguais às da empresa  $i$ , caso o número de empresas existentes na economia permaneça constante. Sabendo que da nossa hipótese de simetria no tamanho das empresas temos

$$A = N \cdot A_i$$

então, em termos de taxas de crescimento podemos obter

$$g_A = g_N + g_{A_i}$$

---

<sup>11</sup>No segundo caso temos que  $g_{A_i} < 0$ , o que implica que  $g_{K_i} = 0$ . Assim, a substituição leva a que a produção física cresça a uma taxa negativa neste equilíbrio de longo prazo:  $g_{Q_i} = \alpha \cdot 0 + (1 - \alpha)g_{A_i} = (1 - \alpha)g_{A_i} < 0$ .

Como o número de empresas é constante por hipótese,  $g_N = 0$ , temos o resultado que referimos

$$\begin{aligned} g_A &= g_{A_i} \\ g_K &= g_{K_i} \\ g_Q &= g_{Q_i} \end{aligned}$$

Ou seja, no equilíbrio de longo prazo, tanto as empresas em termos individuais, como a economia como um todo, obterão taxas de crescimento que são totalmente dependentes dos recursos afectos pelas empresas à produção de novo conhecimento. Esta será a conclusão mais relevante que podemos retirar do modelo onde o conhecimento tecnológico é produzido endogenamente, e onde se verifica a existência de externalidades positivas na acumulação de conhecimento. Este tipo de activo é um bem com a natureza de um bem público, tornado parcialmente e temporariamente privado através da atribuição de direitos de propriedade (patentes, *copy rights*, e *trade marks*) às empresas ou agentes que invistam recursos na sua obtenção.

## 8.4 Um Exemplo Numérico

Vamos agora proceder a uma simulação numérica no sentido de exemplificar os vários aspectos que analisámos ao longo deste capítulo. No sentido de permitir comparações com os modelos anteriores vamos utilizar os mesmos valores para os parâmetros que sejam comuns aos vários modelos. Obviamente que os parâmetros e variáveis pré-determinadas que sejam específicos deste modelo receberão valores de forma a fornecerem resultados de acordo com a realidade contemporânea relativamente às variáveis económicas fundamentais, como sejam a taxa de crescimento do PIB per capita, do consumo per capita, etc.

Vamos fazer as simulações relativamente a dois tipos de cenários: (i) *círculo virtuoso*, onde a economia cresce a uma taxa positiva permanentemente no longo prazo, devido às interacções positivas entre I&D e acumulação de capital físico; e (ii) *armadilha da pobreza*, onde a economia não consegue afectar um montante mínimo de recursos a I&D de forma a obter uma taxa de crescimento positiva para o conhecimento tecnológico, situação que acaba também por produzir efeitos negativos na acumulação de capital físico, levando à regressão da economia em termos gerais.

### 8.4.1 Círculo virtuoso

**Parâmetros.** Vamos assumir os seguintes valores para parâmetros e variáveis pré-determinadas:

$\alpha = 0.4$	,	$\mathcal{R}_i = 5$	,	$N = 12$
$a_i = 0.002$	,	$\delta_A = 0.09$	,	

**Equações dinâmicas.** As duas equações que reflectem o comportamento dinâmico do modelo discutido ao longo das secções anteriores são as expressões (8.10) e (8.8). Relativamente à primeira, vamos assumir que  $g_{\mathcal{L}_i} = 0$ , conforme foi feito nas secções anteriores. Assim a equação que nos dá o movimento dinâmico de  $K_i$  pode ser expressa (após ter passado  $g_{K_i}$  para o lado direito da equação) por

$$\dot{g}_{K_i} = (\alpha - 1) \left( g_{K_i} \right)^2 + (1 - \alpha) g_{A_i} g_{K_i} \quad (8.15)$$

enquanto que o comportamento dinâmico de  $A_i$  virá dado por

$$\frac{\dot{A}_i}{A_i} = g_{A_i} = a_i \mathcal{R}_i N - \delta_A \quad (8.16)$$

**Condições iniciais.** As condições iniciais são não-triviais (ou seja, os valores iniciais são todos positivos), porque não faz sentido uma economia ter zero trabalhadores, ou um nível de conhecimento igual a zero, ou um nível do stock de capital nulo. Ou seja,

$$K_i(0) > 0 \quad , \quad \mathcal{R}_i(0) > 0 \quad , \quad \mathcal{L}_i(0) > 0 \quad , \quad A_i(0) > 0$$

No entanto, em virtude da simulação ser feita utilizando equações diferenciais expressas em termos de taxas de crescimento (e não em termos de valores absolutos das variáveis do modelo), *é estritamente necessário que os valores iniciais para estas taxas tenham de ser apresentados*. Assim, os valores iniciais para as duas taxas de crescimento que mostram a evolução dinâmica da economia ao longo do tempo são os seguintes

$$g_{A_i}(0) > 0 \quad , \quad g_{K_i}(0) > 0$$

Note que o valor inicial de  $g_{A_i}$  pode ser de facto calculado a partir dos parâmetros e variáveis pré-determinadas acima apresentadas. Substituindo estes valores na equação (8.16) obteremos imediatamente o valor

que a taxa de crescimento do conhecimento tecnológico terá permanentemente ao longo do tempo. Neste caso o valor inicial permanecerá inalterado com o decorrer do tempo e teremos

$$\begin{aligned} g_{A_i}(0) &= 0.002 \times 5 \times 12 - 0.09 \\ &= 0.03 \end{aligned}$$

**Equilíbrio de longo prazo de toda a economia.** O equilíbrio de longo prazo de toda a economia depende de ambas as taxas de crescimento  $g_{K_i}$  e  $g_{A_i}$ . O comportamento da taxa de crescimento do conhecimento tecnológico ao longo do tempo é conhecido, já que o seu valor foi acima calculado:  $g_{A_i} = 0.03$ . No entanto, como podemos facilmente verificar na equação (8.15), o comportamento dinâmico de  $g_{K_i}$  depende de  $g_{A_i}$ . Portanto, substituindo  $g_{A_i} = 0.03$  na equação (8.15) teremos o comportamento dinâmico do crescimento de  $K_i$  já incluindo a influência do crescimento de  $A_i$ . Substituindo também nesta equação o valor de  $\alpha = 0.4$ , a expressão virá

$$\dot{g}_{K_i} = (-0.6) \left( g_{K_i} \right)^2 + (0.03 \times 0.6) g_{K_i}$$

Note que conhecemos o valor para onde  $g_{K_i}$  convergirá no longo prazo, em virtude de já termos obtido numa secção anterior o resultado:  $g_{K_i} = g_{A_i}$  devido ao facto de  $g_{A_i} > 0$ . Recorremos agora ao computador para proceder à respectiva simulação e confirmar este resultado, usando vários valores iniciais para  $g_{K_i}$ , todos positivos para simplificar a análise gráfica. Na *Figura 8.12* representamos a evolução dinâmica de  $g_{K_i}$ , a qual permite reflectir também a evolução de  $K_i$ . Como se pode ver na figura, qualquer que seja a taxa de crescimento inicial do capital físico (e sendo positiva), a mesma converge gradualmente para o seu equilíbrio de longo prazo, o qual é dado pelo valor de 3%. Portanto, no cenário que estamos aqui a simular, este equilíbrio é único e é estável.

Caso o valor inicial para a taxa de crescimento de  $K_i$  seja superior ao seu nível de equilíbrio de longo prazo, então a mesma irá diminuir gradualmente até alcançar aquele nível. Caso o valor inicial seja inferior, o mesmo irá aumentando até atingir o valor de equilíbrio de 3%. Conforme esta simulação mostra, no equilíbrio de longo prazo as taxas de crescimento da economia serão iguais, independentemente do valor inicial da taxa  $g_{K_i}$  ser inferior ou superior ao valor que  $g_{A_i}$  assume neste exemplo numérico e que é de 3%.

Uma outra figura que pode também exemplificar o tipo de comportamento dinâmico desta economia, mas fazendo-o de uma forma alternativa, é a *linha de fases*, a qual está representada na *Figura 8.13*. A taxa de variação da taxa de crescimento  $g_{K_i}$  só será nula e estável quando a

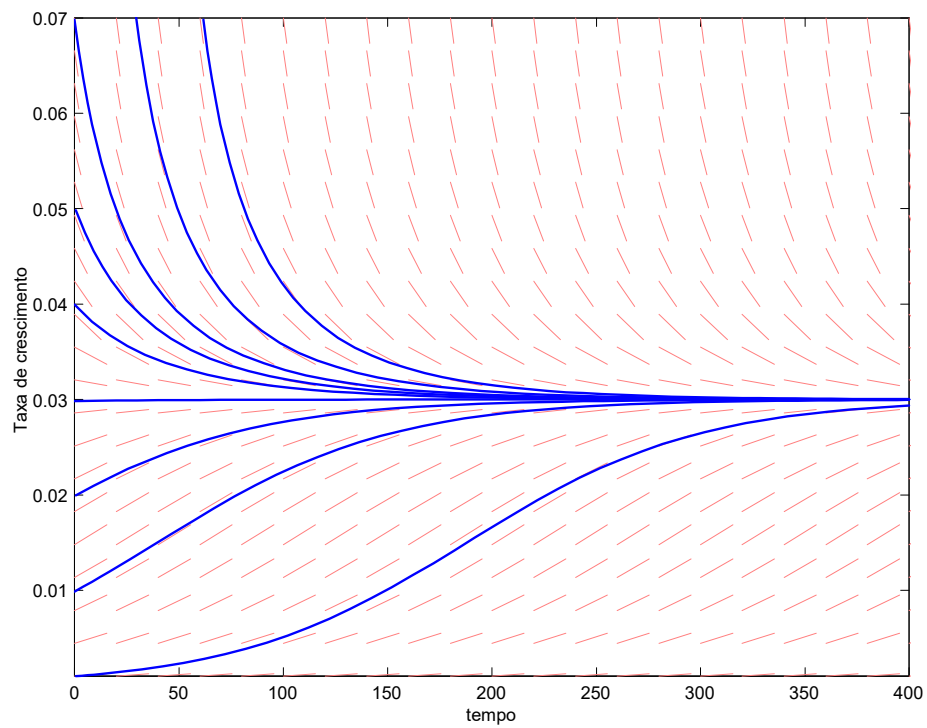


Figura 8.12: A EVOLUÇÃO DINÂMICA DA TAXA DE CRESCIMENTO DO CAPITAL FÍSICO ( $g_{K_i}$ ) NO CENÁRIO DO CÍRCULO VIRTUOSO.

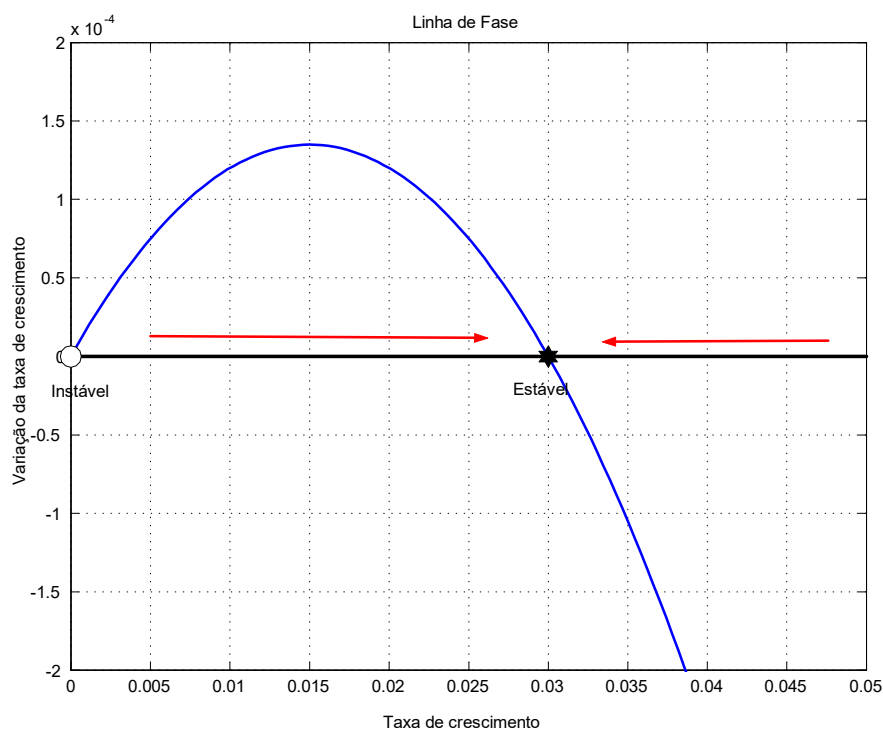


Figura 8.13: A LINHA DE FASES RELATIVA À SIMULAÇÃO DO CÍRCULO VIRTUOSO.

mesma tiver alcançado o equilíbrio de longo prazo que é estável, dado por uma estrela na referida figura. Quando o valor inicial da referida taxa de crescimento é inferior ao valor que corresponde ao equilíbrio de longo prazo, a mesma irá aumentando ao longo do tempo até atingir este valor, e quando isto acontecer a sua variação passará a ser nula. Obviamente que quando o nível inicial da taxa de crescimento  $g_{K_i}$  for superior ao nível do equilíbrio de longo prazo, verificar-se-á o oposto: esta taxa irá diminuir até alcançar o equilíbrio de longo prazo.

#### 8.4.2 Armadilha da pobreza

Suponha agora uma economia que apresenta uma taxa de crescimento negativa relativamente à produção de conhecimento tecnológico, ou seja  $g_{A_i} < 0$ . Contrariamente ao que se possa pensar à primeira vista, esta hipótese pode ser facilmente encontrada em muitos países contemporâneos. Veja o que tem acontecido, por exemplo, nos países da Europa de Leste. Estes países não têm apresentado capacidade para afectar recursos

à produção de conhecimento tecnológico ao longo das últimas décadas, e para além disso o conhecimento já existente apresenta uma elevada taxa de depreciação devido à fuga generalizada de cientistas e engenheiros para o exterior (Europa Ocidental, EUA, Canadá e Austrália, entre outros).

Vamos agora proceder à simulação desta situação. Supondo que a taxa anual de crescimento do conhecimento tecnológico é de  $g_{A_i} = -3\%$ , a dinâmica da economia passa a ser descrita pelas seguintes equações

$$g_{A_i} = -0.03$$

$$\dot{g}_{K_i} = (-0.6) \left( g_{K_i} \right)^2 + \underbrace{g_{A_i}}_{-0.03} \times 0.6 \times g_{K_i}$$

Na *Figura 8.14* representamos graficamente a evolução dinâmica de  $g_{K_i}$  dentro deste cenário. Como se pode ver, existem três comportamentos possíveis para  $g_{K_i}$ , os quais podem ser ilustrados pelas trajectórias 1 a 3. No caso da trajectória 1,  $g_{K_i}$  vai diminuindo e converge para zero ao longo do tempo. Portanto, neste processo dinâmico, o stock de capital continuará a crescer, no entanto crescerá sucessivamente a taxas cada vez menores até que o seu nível passa a ser constante quando  $g_{K_i} = 0$ . Quando isto se verificar, a economia terá o capital físico a crescer a uma taxa nula e o conhecimento tecnológico a crescer a  $-3\%$  ao ano (ou seja,  $g_{K_i} = 0$  e  $g_{A_i} = -0.03$ ). Nesta situação, a economia crescerá todos os anos a uma *taxa negativa* determinada fundamentalmente pelo valor de  $g_{A_i}$ .<sup>12</sup> Ou seja, temos aqui um primeiro exemplo de como uma economia poderá regredir ao longo do tempo em termos económicos e em termos de condições médias de vida da população.

No caso da trajectória 2, para além da economia continuar a ter  $g_{A_i} = -0.03$ , a mesma começa com um valor negativo também para  $g_{K_i}$ . No entanto, este último valor é superior ao de  $g_{A_i}$ . Nesta situação o valor de  $g_{K_i}$  convergirá para zero, e quando isto tiver acontecido a economia obterá uma taxa de crescimento da produção igual à da trajectória 1. No entanto, entre o ponto de partida e o equilíbrio de longo prazo, a economia irá regredindo ao longo do tempo a uma velocidade superior à da trajectória anterior, em virtude de ambas as taxas serem negativas durante um grande período de tempo. Assim, a degradação contínua das condições médias de vida das populações é alcançada muito mais rapidamente do que no caso da trajectória 1.

<sup>12</sup>Se utilizarmos a expressão da função de produção de bens físicos, e a expressarmos em termos de taxas de crescimento teremos:  $g_{Q_i} = \alpha \cdot g_{K_i} + (1 - \alpha) (g_{A_i} + g_{L_i})$ . Como uma das nossas hipóteses é que  $g_{L_i} = 0$ , como obtivemos o resultado  $g_{K_i} = 0$ , e como estamos a assumir que  $g_{A_i} = -0.03$ , então com  $\alpha = 0.4$  teremos o seguinte valor para a taxa de crescimento da produção física:  $g_{Q_i} = (1 - 0.4)(-0.03) = -0.018$ .

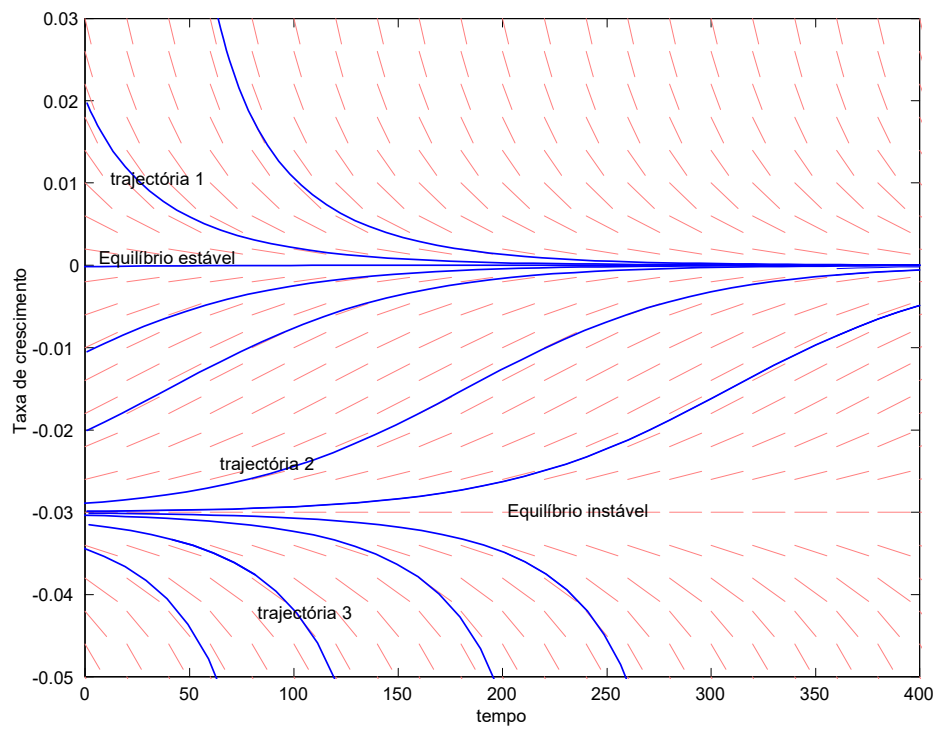


Figura 8.14: TRÊS CASOS PARA EXPLICAR A EXISTÊNCIA DA ARMADILHA DA POBREZA. A economia tem uma taxa de crescimento do conhecimento tecnológico negativa ( $g_{A_i} = -3\%$  ao ano) e apresenta três alternativas para  $g_{K_i}$ : (1)  $g_{K_i} > 0$ ; (2)  $-3\% < g_{K_i} < 0\%$ ; e (3)  $g_{K_i} < -3\%$ . Em todos estes casos as condições médias de vida vão-se degradando ao longo do tempo.



Quanto à trajectória 3, as condições médias de vida também se degradarão ao longo do tempo. Contudo, agora a velocidade a que este processo ocorre será muito mais elevada do que nos dois processos anteriores por duas razões. Primeiro, porque ambas as taxas de crescimento ( $g_{A_i}, g_{K_i}$ ) são negativas nesta trajectória, e segundo porque a taxa  $g_{K_i}$  vai-se tornando cada vez mais negativa à medida que o tempo decorre.

Na *Figura 8.15* apresentamos a linha de fase para a taxa de crescimento do capital físico neste exemplo da armadilha da pobreza. Como se pode facilmente constatar, as três trajectórias acima descritas podem ser vistas nesta figura sob uma outra perspectiva, a qual pretende dar resposta à questão dos equilíbrios serem estáveis ou instáveis. Como se pode comprovar na *Figura 8.15*, este modelo apresenta dois equilíbrios de longo prazo. O primeiro é instável e é dado pelo valor de  $g_{K_i} = -3\%$ . Qualquer valor inicial para a taxa  $g_{K_i}$  ligeiramente superior a  $-3\%$ , leva esta taxa para zero, e para qualquer valor inicial ligeiramente inferior a  $-3\%$ , a mesma tenderá ao longo do tempo para  $-\infty$ . No caso do equilíbrio estável, o qual é dado pelo valor  $g_{K_i} = 0\%$ , qualquer valor inicial para esta taxa no intervalo  $]0, +\infty[$  leva a que a mesma tenda ao longo do tempo para o seu equilíbrio de longo prazo de  $0\%$  ao ano.

Um dos aspectos mais interessantes do modelo que temos vindo a analisar ao longo deste capítulo consiste no facto do mesmo permitir a existência de equilíbrios múltiplos de longo prazo, uns estáveis, outros instáveis, e que podem ser aplicados para representações teóricas de aspectos da realidade económica contemporânea em muitos países do mundo em que vivemos. Por exemplo, não é possível analisar o crescimento económico de países que tenham níveis iniciais negativos de população, de capital físico e humano, de conhecimento tecnológico, porque não existem valores negativos para estas variáveis na realidade em que vivemos. Mas é possível analisar o crescimento económico com modelos onde as condições iniciais possam consagrar a hipótese de taxas de crescimento iniciais positivas ou negativas como fizemos nesta secção. Esta possibilidade permite mostrar de uma forma rigorosa a dinâmica associada a situações onde vigoram círculos virtuosos do crescimento, ou situações onde impera a armadilha da pobreza, onde os países ficam prisioneiros de processos económicos que não eliminam nem reduzem a pobreza ao longo do tempo.

## 8.5 Sumário

1. O conhecimento tecnológico ( $A$ ) é produzido endogenamente e apresenta as características de um bem público com externalidades positivas.

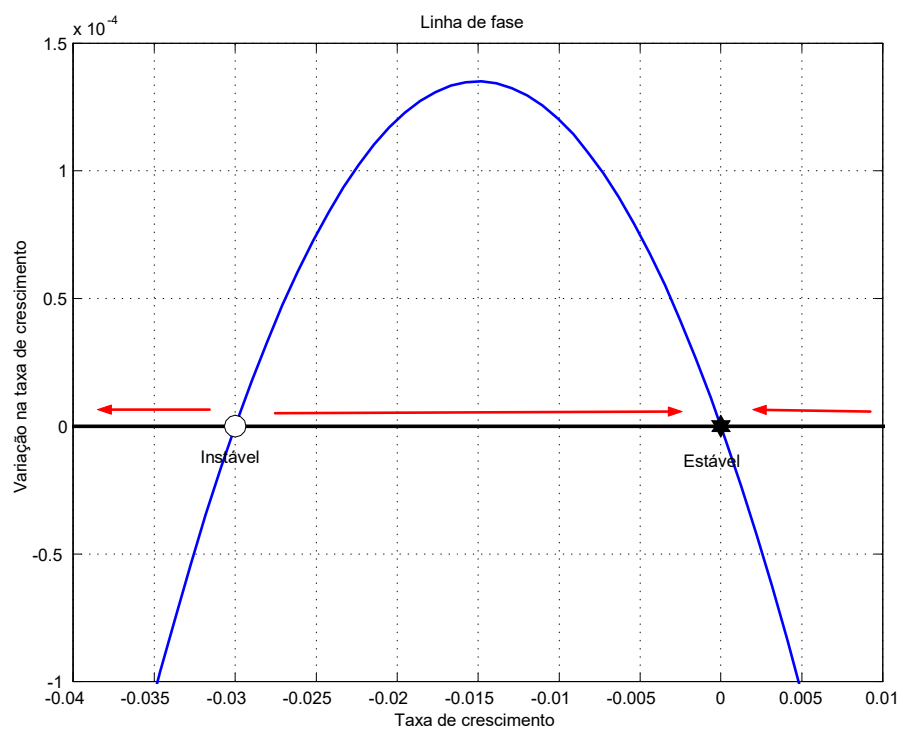


Figura 8.15: Linha de fases para o exemplo da armadilha da pobreza.

2. Este bem pode ser tornado parcialmente privado durante um período de tempo limitado (por exemplo, 20 anos) através da atribuição de direitos de propriedade (patentes, *copy rights* e *trade marks*) aos seus inventores. São estes direitos de propriedade que permitem que agentes privados invistam em actividades de I&D.
3. A taxa de crescimento do PIB per capita é uma função positiva dos recursos investidos em I&D, e é dada por  $g_{Q/L} = g_A = a_i \mathcal{R}_i N - \delta_A$ .
4. Esta taxa é positivamente afectada por:
  - (a) Número de empresas que façam investigação científica e tecnológica ( $N$ ), devido à existência de externalidades positivas associadas à produção de conhecimento tecnológico;
  - (b) Recursos afectos à investigação científica e tecnológica ( $\mathcal{R}_i$ ).
5. As economias mais pobres só convergirão para o nível de rendimento das economias mais ricas se investirem na produção de conhecimento científico e tecnológico.
6. Existe um nível mínimo de recursos afectos à investigação científica e tecnológica que permite evitar a armadilha da pobreza.
7. As economias mais pobres necessitam de apoio internacional para conseguirem evitar a armadilha da pobreza. Apoios internacionais canalizados para a educação e produção de conhecimento tecnológico são a forma mais fácil de ajudar estas economias a saírem dos níveis de pobreza em que se encontram.
8. Políticas económicas nacionais, no sentido de favorecer a canalização de recursos económicos para a educação e a produção de conhecimento científico e tecnológico, favorecem o crescimento económico. Isto é válido para os países ricos, mas também o é para os países pobres.